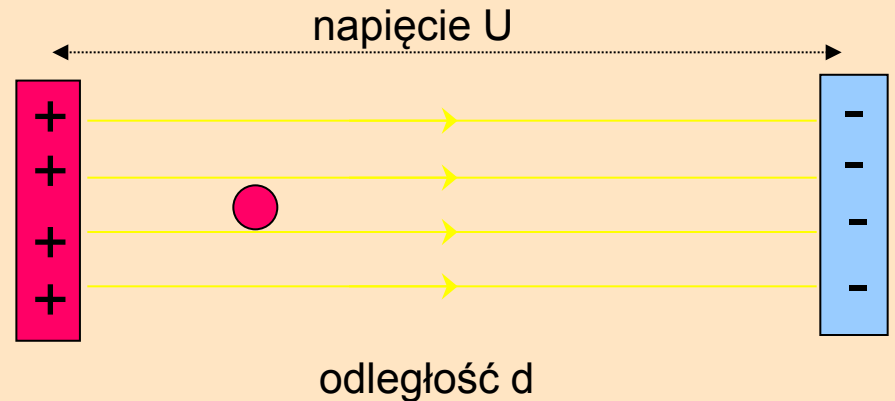


# PRĄD STAŁY

Prąd elektryczny to uporządkowany ruch ładunków wewnątrz przewodnika pod wpływem przyłożonego pola elektrycznego.

ŁADUNEK SWOBODNY  
byłby w stałym polu elektrycznym  
jednostajnie przyspieszany do  
dużych prędkości



**Zadanie:**

obliczyć w przybliżeniu nierelatywistyczną prędkość elektronu przyspieszanego na drodze 10 m napięciem 200 V  
(odp. ok. 10000 km/s)

W przewodniku ładunki są rozpraszane

# Ruch elektronów w metalu

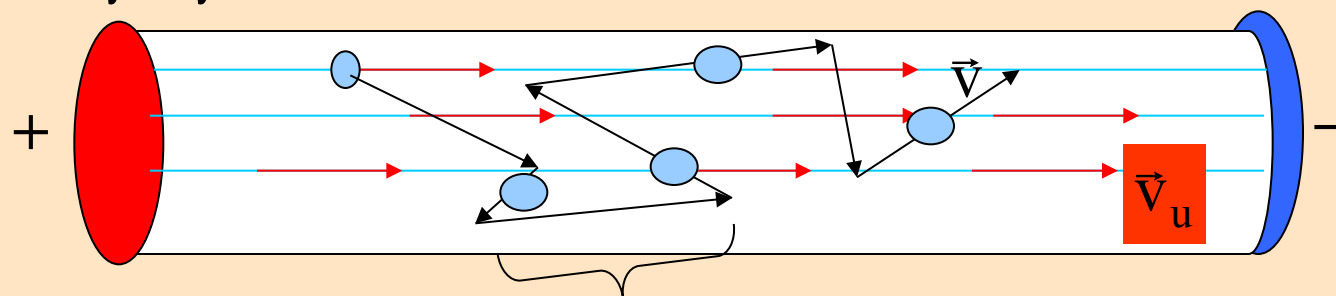
Elektrony poruszają się swobodnie (pod działaniem pola) tak długo aż nie zostaną rozproszone na niedoskonałościach struktury (drganiach sieci atomów, lub defektach).

Między zderzeniami elektron jest przyśpieszany i przebywa odległość  $L$  (**średnia droga swobodna**) w czasie  $\tau$ .

Po zderzeniu zupełnie traci pamięć kierunku ruchu i przyśpieszanie rozpoczyna się na nowo

$v$  - prędkość elektronów w chaotycznym ruchu

$V_u$  - prędkość unoszenia elektronów w uporządkowanym ruchu



średnia droga swobodna  $L$

$$L = \tau \cdot v$$

PRĄD ELEKTRYCZNY W PRZEWODNIKACH:  
PRZEPIŹYW ŁADUNKÓW,  
NA KTÓRE DZIAŁA SIŁA ELEKTRYCZNA I SIŁA HAMUJĄCA

SIŁA  
ELEKTRYCZNA

$$\vec{F} = e\vec{E}$$

$$F = e\frac{U}{d}$$

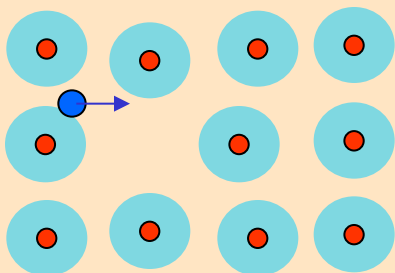
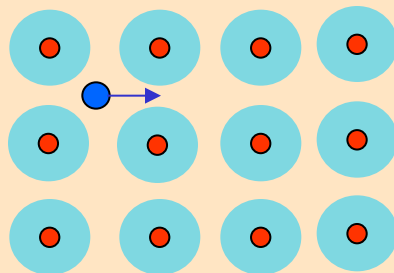
NOŚNIKI  
ŁADUNKU

elektrony (-) (metale),  
elektrony (-) lub dziury (+)  
(półprzewodniki)  
jony (+), (-) (elektrolity, gazy)

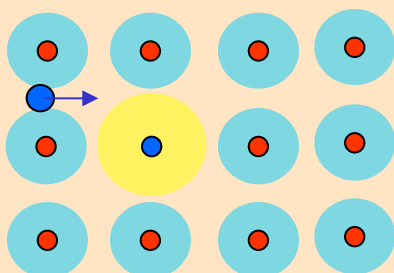
SIŁA  
HAMUJĄCA

Po średnim czasie ruchu  $\tau$  (czas relaksacji) ładunki zderzają się z ułożonymi nieregularnie jonami (rozpraszanie ładunków na defektach, lub drganiach sieci krystalicznej: fononach)

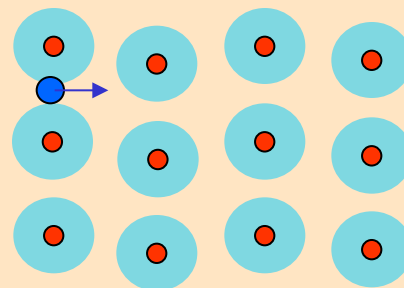
Idealny kryształ



luki



obce atomy

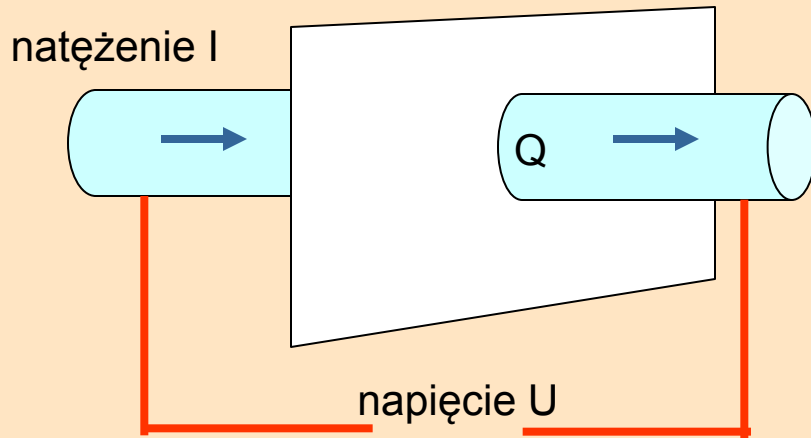


drgania sieci:  
fonony

defekty

zaburzenie doskonałego porządku powoduje rozpraszanie nośników (zderzenia),  
a przez to ich wyhamowywanie

# NATĘŻENIE PRĄDU I OPÓR



## NATĘŻENIE PRĄDU

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

1 amper (A)

1 C ładunku przechodzi w czasie 1 s przez poprzeczny przekrój przewodnika

## KONWENCJA

Mimo, że prąd to zwykle przepływ elektronów, to jednak przyjęło się oznaczać kierunek prądu zgodnie z kierunkiem ruchu ładunków dodatnich

## OPÓR

$$R = \frac{U}{I}$$

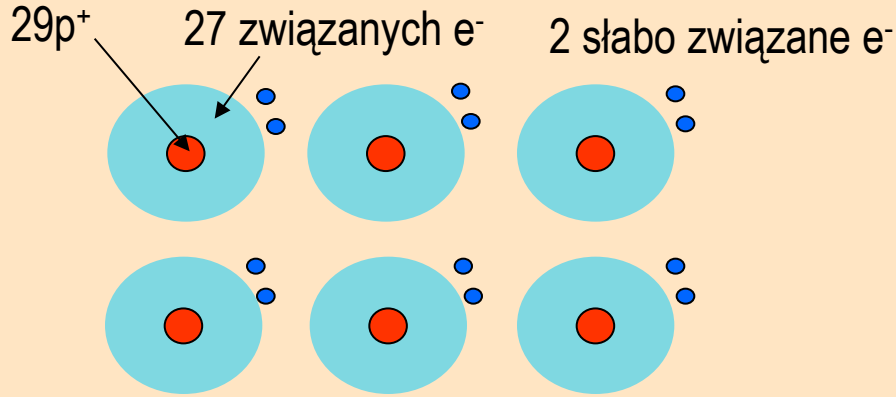
1 om ( $\Omega$ )

prąd o natężeniu 1 A płynie przez przewód, do którego przyłożono napięcie o wartości 1 V

W niektórych przypadkach i w stałej temperaturze opór przewodnika jest stały, tj. nie zależy od natężenia prądu i napięcia  $R = \text{const} (I, U)$

# NATĘŻENIE PRĄDU : PRZYKŁAD

PRZYKŁAD: Jaka jest średnia prędkość ładunków tworzących prąd o natężeniu 1A płynący w przewodzie miedzianym o przekroju  $1\text{mm}^2$ ?



Cu:    29 protonów,  
masa atomowa 63.5  
gęstość:  $9\text{ g/cm}^3$

1 mol Cu=63.5g

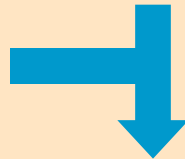
objętość 1 mola= $(63.5\text{g/mol}) / (9\text{g/mol})=7\text{cm}^3 / \text{mol}$

liczba elektronów przewodnictwa w 1 molu:  $2 \cdot 6 \cdot 10^{23}$ elektronów / mol

liczba elektronów przewodnictwa w  $1\text{ mm}^3$  :  $2 \cdot 6 \cdot 10^{23} / 7000 = 1.7 \cdot 10^{20}$ elektronów/ $\text{mm}^3$

ilość ładunku w  $1\text{ mm}^3$ :  $1.7 \cdot 10^{20}$  elektronów  $\cdot 1.6 \cdot 10^{-19}\text{C} = 11$  Coulombów /  $\text{mm}^3$

1A=1C/s:



prędkość uporządkowanego ruchu:  $1/11\text{ mm/s}$

# PRAWO OHMA

W trakcie swobodnego ruchu pomiędzy rozproszeniami elektron zyskuje prędkość :

$$V_u = a\tau = \frac{eE}{m^*} \tau$$

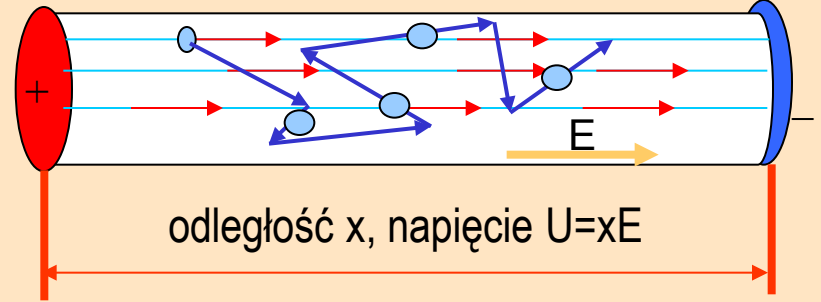
Całkowity ładunek  $\Delta Q$  przenoszony przez elektrony w przewodniku o przekroju  $A$  w czasie  $\Delta t$  wynosi:

Natężenie prądu I: (n-gęstość elektronów)

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = V_u n e A = \frac{eE\tau}{m^*} n e A = \frac{ne^2\tau}{m^*} E x \frac{A}{x} = \frac{ne^2\tau}{m^*} U \frac{A}{x}$$

$$U = \frac{m^*}{e^2 \tau n} I \frac{x}{A} = \rho \frac{x}{A} I = R \cdot I$$

$$R = \rho \frac{x}{A} = \frac{m^*}{e^2 \tau n} \cdot \frac{x}{A}$$



$V_u$  - prędkość unoszenia elektronów  
 $v$  - prędkość ruchu chaotycznego  
 $n$  - gęstość elektronów (nośników)

$$\Delta Q = \Delta t \cdot V_u \cdot n \cdot e \cdot A$$

$$U = R \cdot I$$

$\rho$  - oporność właściwa

$$\rho = \frac{m^*}{e^2 \tau n}$$

## Prawo Ohma

W przewodnikach metalicznych natężenie prądu  $I$  jest proporcjonalne do  $U$ .

# TEMPERATUROWA ZALEŻNOŚĆ OPORU

**METALE:** Metal o idealnej, sztywnej sieci krystalicznej przewodziłby prąd bez oporu (nie nazywamy tego zjawiska nadprzewodnictwem!); każde odstępstwo od doskonałego ułożenia powoduje rozpraszanie elektronów: opór elektryczny.

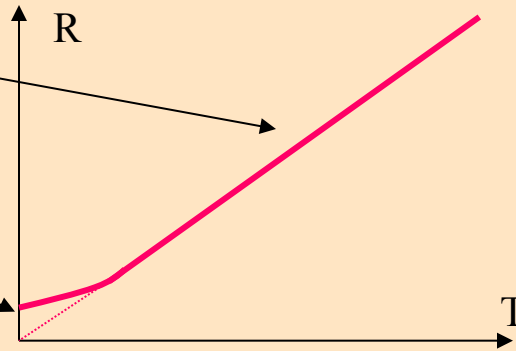
Źródła oporu:

- drgania jonów (fonony)  
im wyższa T, tym większy jest opór:

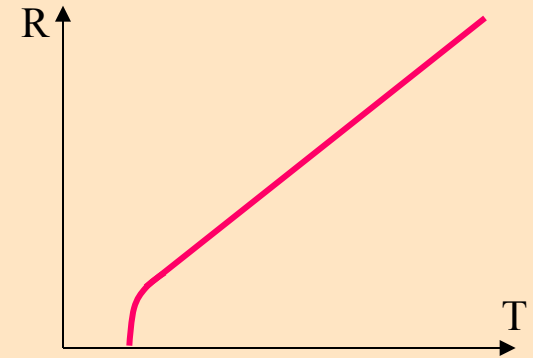
$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha T)$$

- domieszki, wakansje  
opór w niskich T nie schodzi do 0

Metal

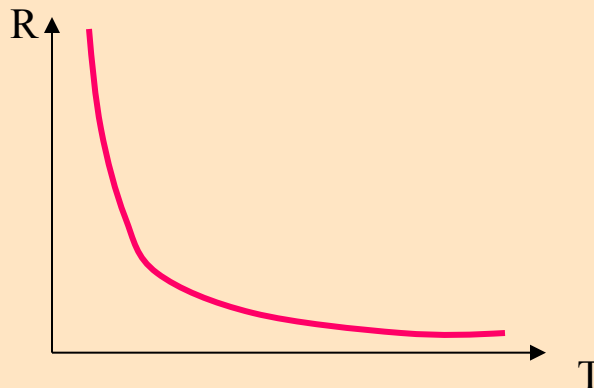


Nadprzewodnik



**PÓŁPRZEWODNIKI**

Czym wyższa temperatura, tym więcej elektronów: opór maleje ze wzrostem temperatury



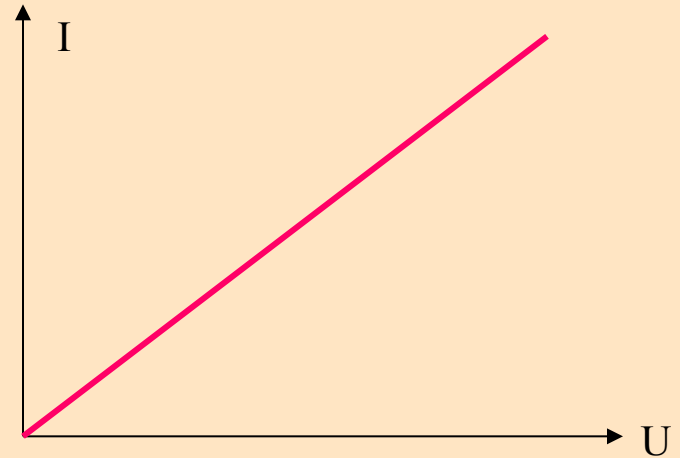


# Stosowalność prawa Ohma

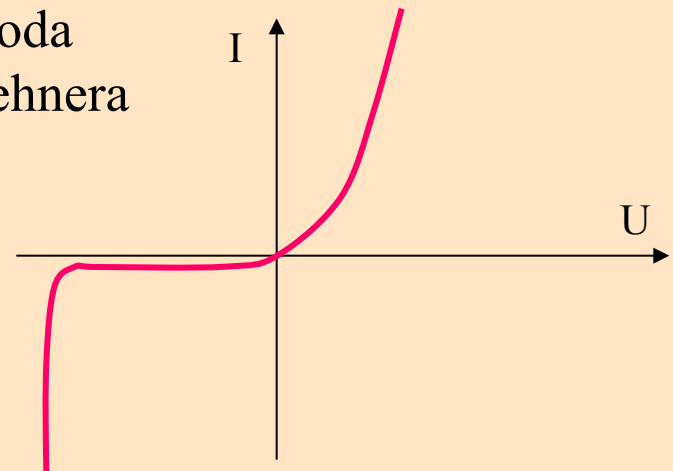
Metale, czyste półprzewodniki: opór nie zależy od przyłożonego napięcia, jeśli temperatura jest stała

$$U = RI$$

$$R = \text{const.}$$



dioda  
Zehnera



Złącza półprzewodników:  
R zależy od prądu

# SIŁA ELEKTROMOTORYCZNA

Umowne nośniki prądu: ładunki dodatnie płynące od potencjału wyższego do niższego.

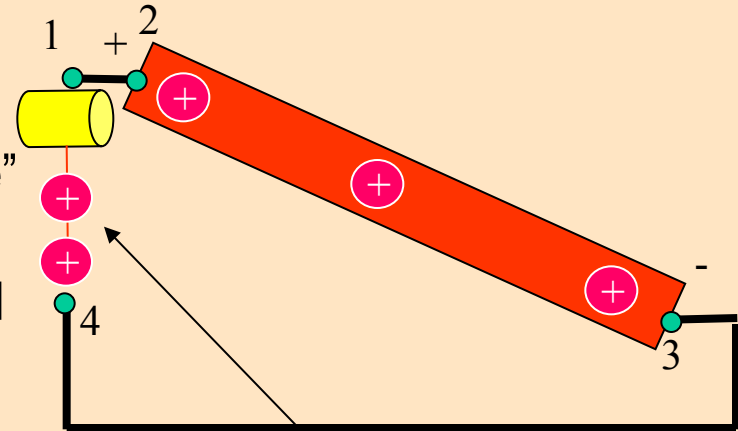
Aby w przewodniku utrzymać stały prąd “zużyte” ładunki muszą z powrotem trafić do wyższego potencjału. Trzeba więc wykonać pracę  $dW$  nad ładunkiem  $dq$ , a źródłem tej energii, jest albo energia chemiczna (akumulatory, baterie), albo energia mechaniczna (prądnice).

Urządzenie, które przenosi ładunki od niższego do wyższego potencjału nazywa się źródłem siły elektromotorycznej,

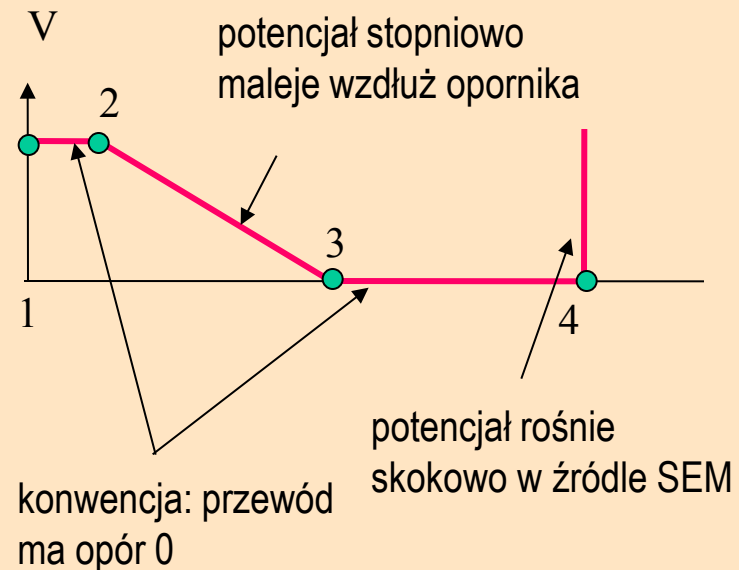
Siła elektromotoryczna (SEM)  $\varepsilon$ : praca jaką wykonuje źródło dla przeniesienia ładunku (+) od potencjału niższego do wyższego:

$$\varepsilon = \frac{dW}{dq}$$

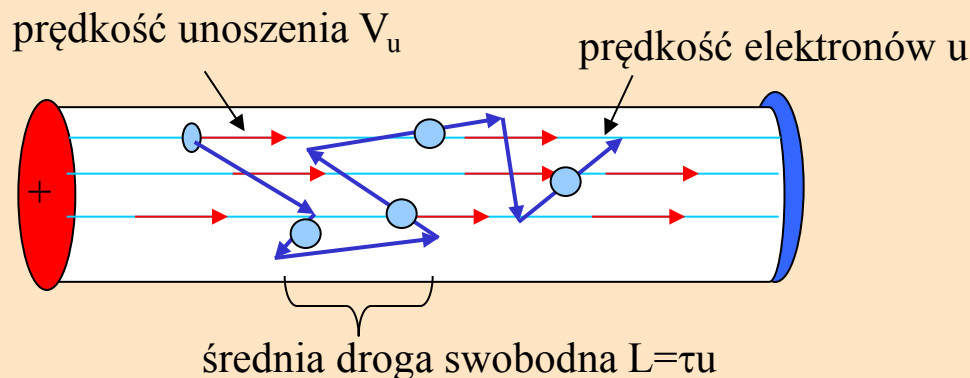
jest to napięcie na otwartym źródle i wyraża się w woltach.



maszyna dźwigająca zużyte ładunki:  
źródło siły elektromotorycznej



# BILANS ENERGII W PRZEPEŁYWIE PRĄDU

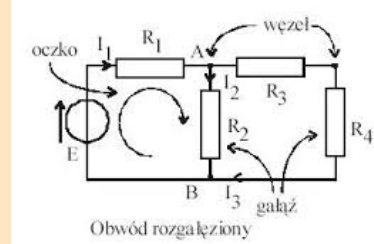
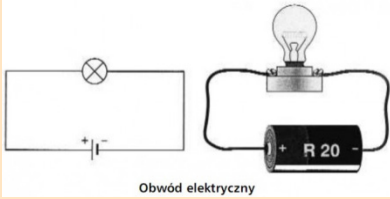


Średnia prędkość nośników prądu jest stała → średnia energia elektronów jest stała

Za każdym razem gdy elektron zderza się z siecią traci nadwyżkę energii  $dW = dq \cdot U$  którą uzyskał od pola elektrycznego. W rezultacie cała energia pola  $dW$  przekazywana jest do sieci, co powoduje jej podgrzanie. Szybkość przekazywania energii pola do sieci (czyli moc) wynosi:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dq}{dt} \cdot U = I \cdot U = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

# PRAWA KIRCHOFFA



## I PRAWO

Ładunek jest zachowany:

Algebraiczna suma natężeń prądów przepływających przez dowolny punkt równa jest 0

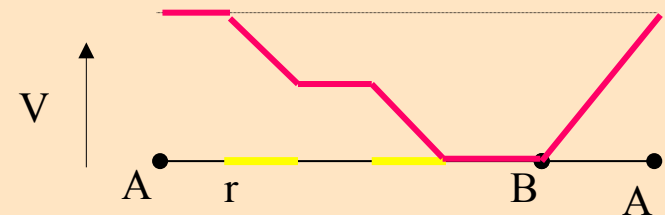
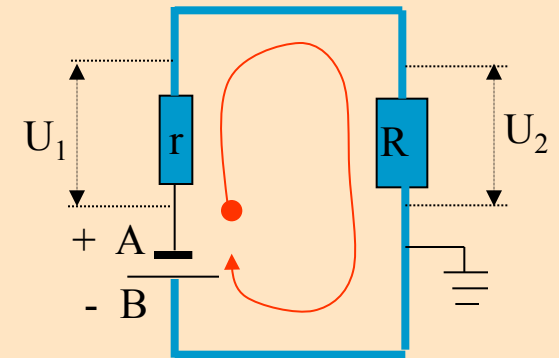
## II PRAWO

Zwieramy ogniwo oporem  $R$ : ładunek  $dq$  przepływa od potencjału wyższego (punkt  $A$ ) do niższego (punkt  $B$ ) tracąc energię  $dW$  uzyskaną z SEM, częściowo na oporze wewnętrznym źródła  $r$ , a głównie na oporze zewnętrznym  $R$ :

$$dW = dq \cdot U_r + dq \cdot U_R$$

Bateria, transportując ładunek  $dq$  z  $B$  do  $A$  przeciw polu wykonuje pracę  $dq\varepsilon$ , która jest równa energii traconej przez ładunek:

$$dq \cdot U_r + dq \cdot U_R = dq \cdot \varepsilon, \text{ czyli: } -\varepsilon + U_r + U_R = 0$$

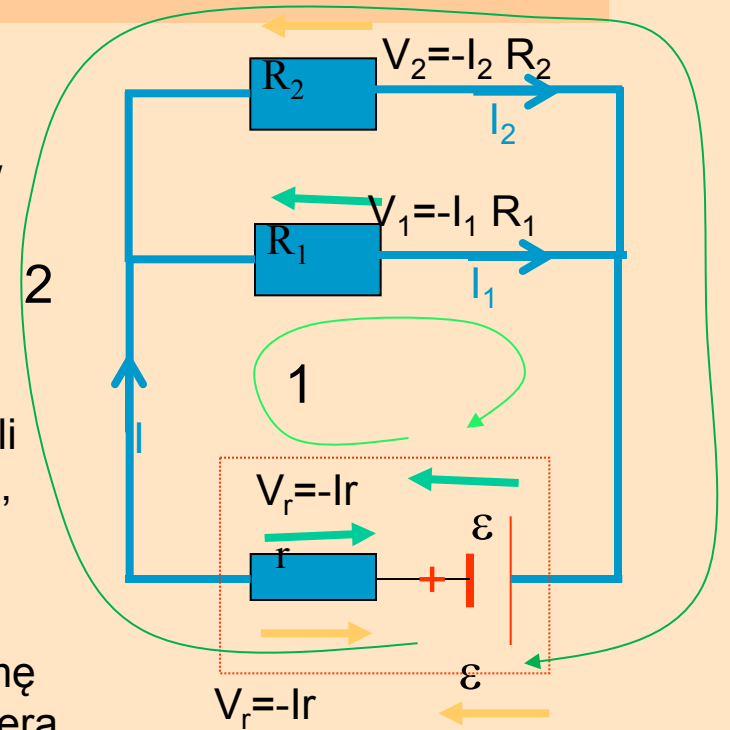


Algebraiczna suma spadków napięć i sił elektromotorycznych w każdym zamkniętym obwodzie = 0

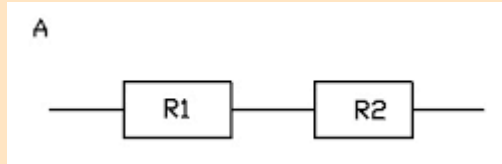
# PRAWA KIRCHOFFA: ZASTOSOWANIE

## PRZEPIS POSTĘPOWANIA

1. Narysować układ, zaznaczyć wszystkie oporniki (pamiętać, że SEM ma opór). Zaznaczyć kierunek prądu w każdej pętli (oczku sieci) i jego wartości
2. Zaznaczyć wszystkie wzrosty potencjału w obwodzie jakie napotyka się „obchodząc” dowolną pętlę obwodu; jeśli „przechodzi” się przez opornik zgodnie z kierunkiem prądu, to mamy spadek  $V$ , czyli odwróconą strzałkę
3. Ostatnim etapem jest „obejść” każdą pętlę i napisać sumę wzrostów (lub spadków) potencjałów, przyrównując ją do zera (II prawo Kirchoffa):  
dla 1:  $E - I r - I_1 R_1 = 0$   
dla 2:  $E - I r - I_2 R_2 = 0$ ,  
potencjałów oraz uwzględniając zasadę zachowania ładunku (I prawo Kirchoffa) dla każdego węzła:  
 $I = I_1 + I_2$
4. Rozwiązanie otrzymanego układu równań  
 $E - I r - I_1 R_1 = 0$   
 $E - I r - I_2 R_2 = 0$   
 $I = I_1 + I_2$

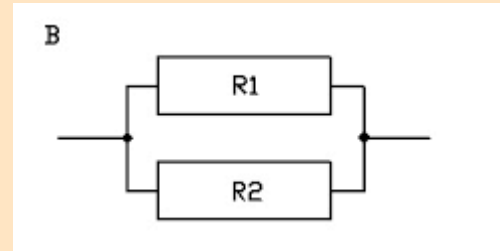


# POŁĄCZENIA SZEREGOWE I RÓWNOLEGŁE OPORÓW



opory połączone  
szeregowo

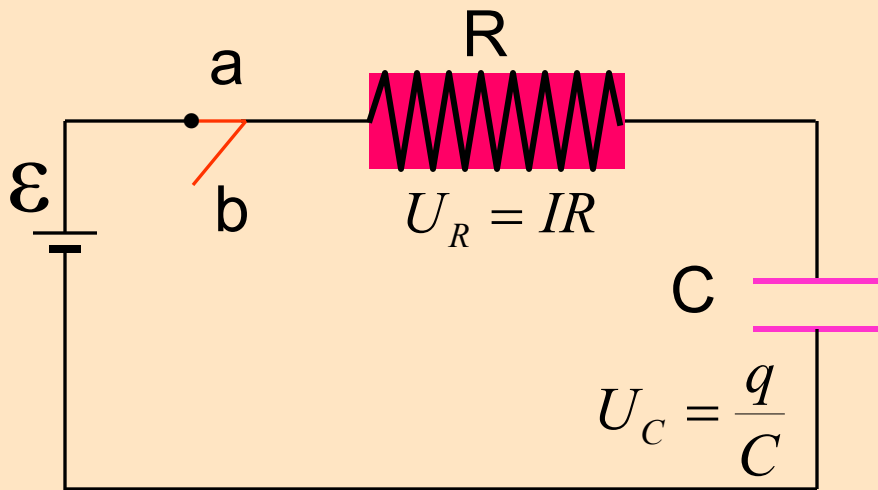
$$R_z = R_1 + R_2$$



opory połączone  
równoległe

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Zadanie



## Obwód RC

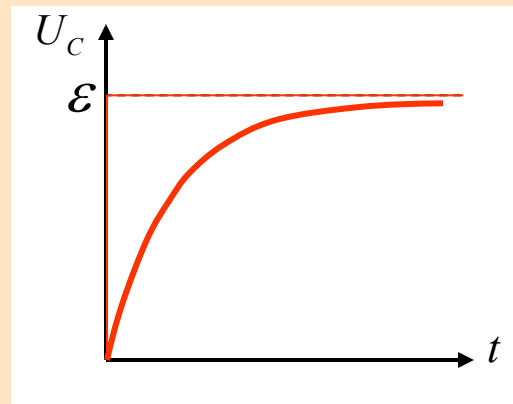
$$\mathcal{E} = IR + \frac{q}{C} \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$\mathcal{E} = \frac{dq}{dt} R + \frac{q}{C}$$

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$$

$$U_C = \mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$$

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

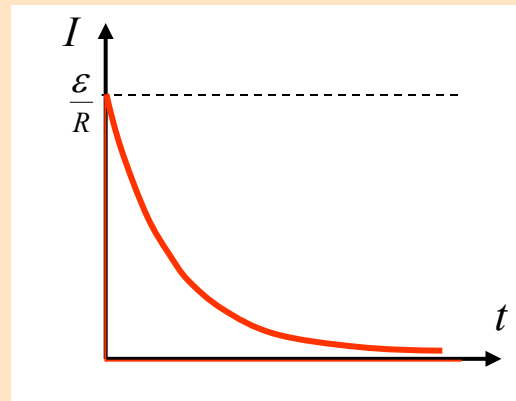


Ładowanie  
kondensatora

Stała

czasowa

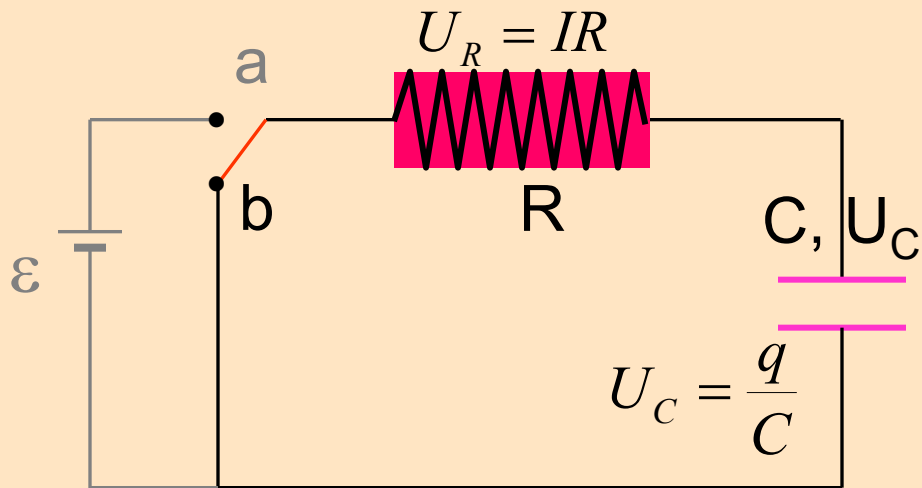
$$[RC] = s$$



Zadanie:  
sprawdzić rozwiązania

## Obwód RC

Zadanie:  
rozładowanie kondensatora



$$IR + \frac{q}{C} = 0$$