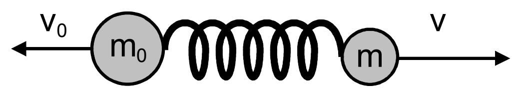
DYNAMIKA: siły $\underset{\text{równania ruchu}}{\Rightarrow}$ ruch

Nierelatywistyczne równania ruchu = zasady dynamiki Newtona

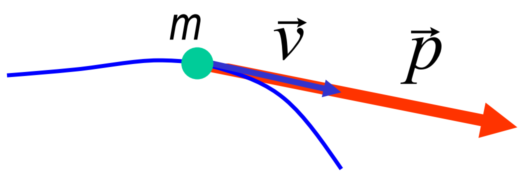
Pojęcia podstawowe dla punktu materialnego

Masa - miara bezwładności



$$m \equiv m_0 \frac{V_0}{V}$$

Pęd – miara „ilości” ruchu



$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Siła – wywołuje zmianę pędu

$$\mathbf{F} \equiv \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}, \quad \mathbf{F} \equiv \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

$$\left[\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right] = 1\mathrm{N}$$

$$\mathbf{F} \equiv \frac{\mathrm{d}(m\mathbf{v})}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\mathbf{v} + m\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t}$$

Dla stałej masy: Siła – wywołuje zmianę pędu

$$\mathbf{F} = m\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = m\mathbf{a}$$

Zasady dynamiki

I - zasada bezwładności, **zasada zachowania pędu**

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_{wyp} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{p} = const.$$

$$\mathbf{a} = 0 \quad \text{gdy} \quad \mathbf{F}_{\text{wyp}} = 0.$$

II zasada

$$\mathbf{F}_{wyp} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \quad \mathbf{p} - \mathbf{p}_0 = \int_0^t \mathbf{F}_{wyp} dt$$

Dla stałej masy $$\mathbf{F}_{wyp} = m\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = m\mathbf{a}$$

III zasada (układ ciał)

$$\mathbf{F}_{BA} = -\mathbf{F}_{AB}$$

$$m_A \mathbf{a}_A = -m_B \mathbf{a}_B$$

Ciśnienie

$P = F_n / A$

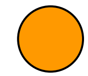
$[P] = 1\ \mathrm{Pa} = 1\ \mathrm{N/m^2}$

Ciśnienie atmosferyczne

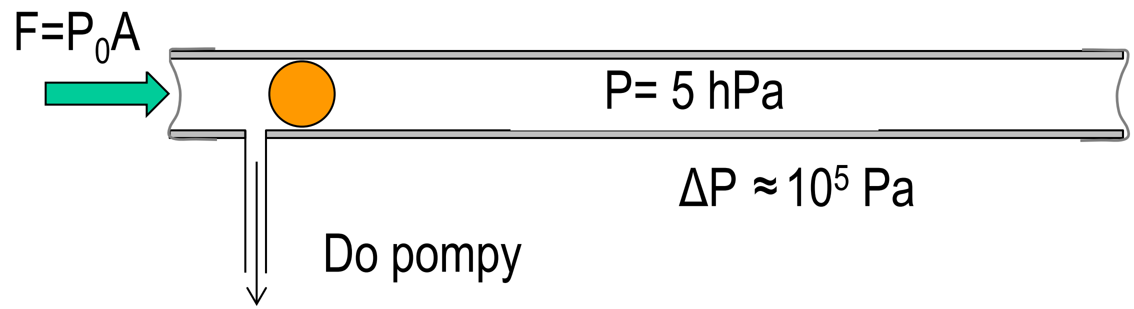
$P_0 \approx 10^5\ \mathrm{Pa} = 1000\ \mathrm{hPa}$

Przykład

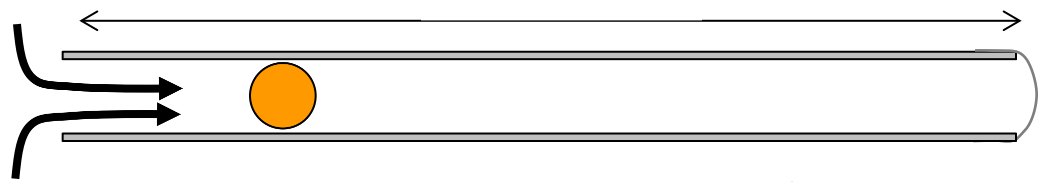
Działo próżniowe



Średnica d = 40 mm
Masa m = 2,7 g



$\Delta P \approx 10^5\ \mathrm{Pa}$



$F = \Delta P_0 A = 10^5\ \mathrm{Pa} * 0.00125\ \mathrm{m^2} = 125\ \mathrm{N}$

Przyspieszenie:

$a_0 = F/m\ 125\ \mathrm{N}/0.0027\ \mathrm{kg} = 46300\ \mathrm{m/s^2} = 4700\ \boldsymbol{g}$!!!!!

Prędkość końcowa (w przybliżeniu stałego przyspieszenia):

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{a_0 t},\ \boldsymbol{t} = \sqrt{\frac{\mathbf{2}\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{a_0}}},\ \mathbf{v} = \sqrt{\mathbf{2}\boldsymbol{L a_0}} \qquad \mathbf{v} = \sqrt{\mathbf{2 * 2 * 46300}} = \mathbf{430}\ \boldsymbol{m/s}$$

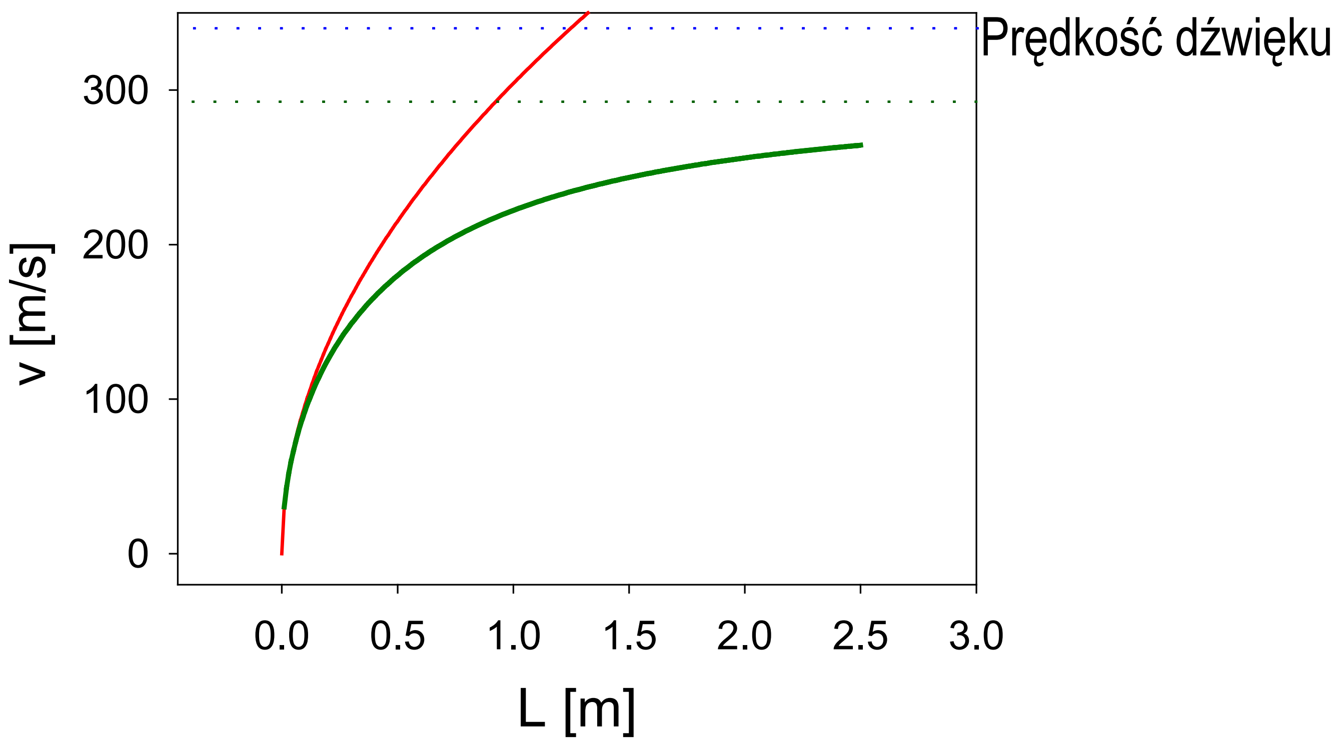
Niefizyczne (prędkość dźwięku = 340 m/s)

Poprawne rozwiązanie powinno uwzględniać też rozpędzanie słupa powietrza w rurze

$$\cancel{v = \sqrt{2La_0}}$$

$$v(L) = v_{max}\left[\frac{L}{L+\lambda}\sqrt{1+2\frac{\lambda}{L}}\right]$$

$$V_{max} = \sqrt{\frac{P_0}{\rho}} = 292 \text{ m/s}, \quad \lambda = \frac{m}{\rho A} = 1{,}85 \text{ m}$$

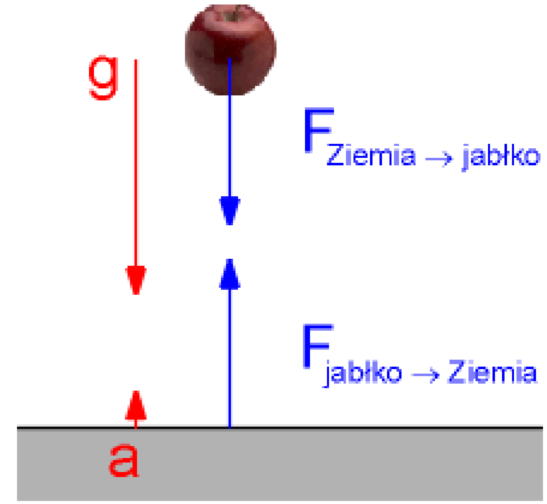


Przykłady sił i zagadnień z dynamiki

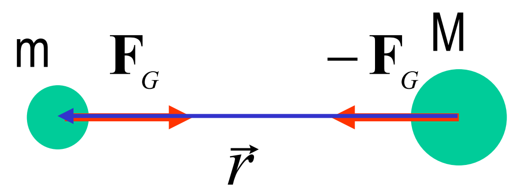
Siła ciężkości G=mg

$$g = \frac{F}{m_{jab}}$$

$$a = \frac{F}{m_{Ziemi}}$$



Siły grawitacji



$$\boxed{\vec{F}_G = -G\frac{mM}{r^2}\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}}$$

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$$

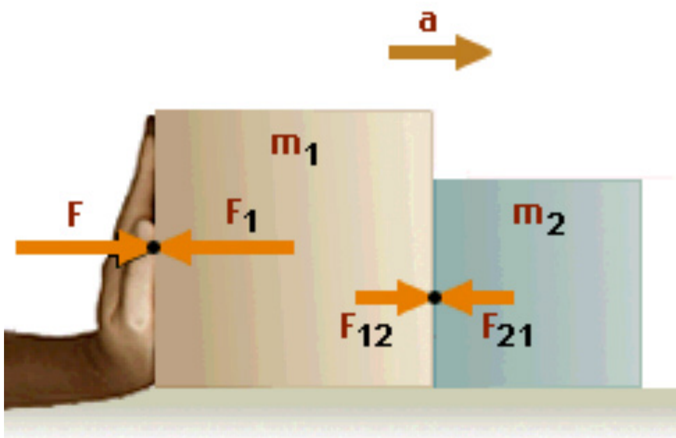
Na powierzchni Ziemi:

$$F_g = G\frac{mM_{Ziemi}}{r^2} = ma$$

$$a = G\frac{M_{Ziemi}}{r^2} = g$$

Przykłady sił i zagadnień z dynamiki

Siła kontaktowa



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

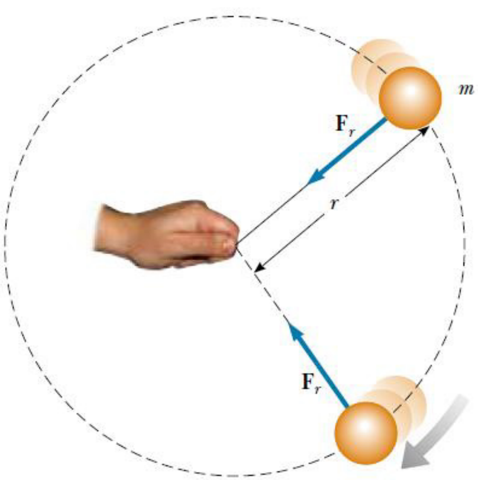
$$\begin{cases} m_1 a = F - F_{21} \\ m_2 a = F_{12} \end{cases}$$

$$m_1 a = F - m_2 a$$

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

$$F_{12} = m_2 \frac{F}{m_1 + m_2}$$

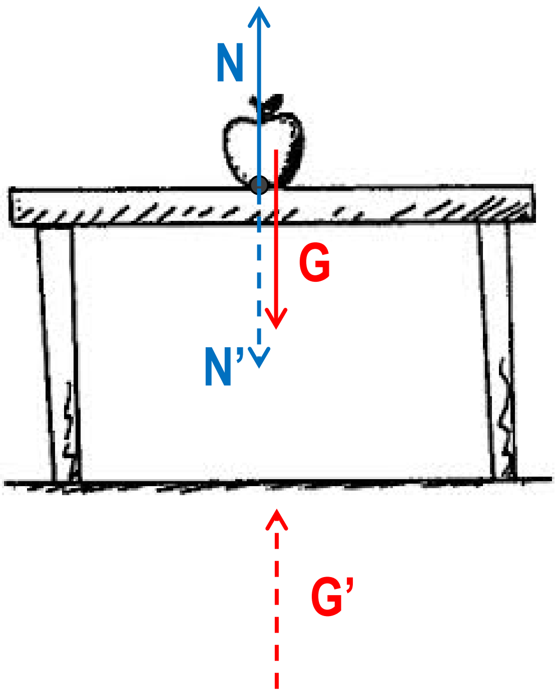
Siła dośrodkowa



$$\boxed{\vec{F}_r = m\vec{a}_r = -\frac{v^2}{r}\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}m = -\omega^2 \vec{r} m}$$

Przykłady sił i zagadnień z dynamiki

Siła nacisku (akcji) i reakcji



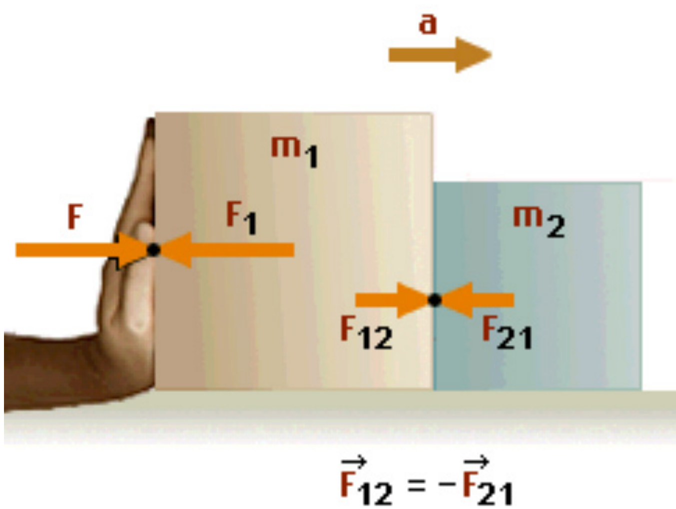
G – siła jaką Ziemia działa na jabłko
G' – siła jaką jabłko działa na Ziemię
N' – siła jaką jabłko działa na stół (siła nacisku)
N – siła jaką stół działa na jabłko (siła reakcji stołu)

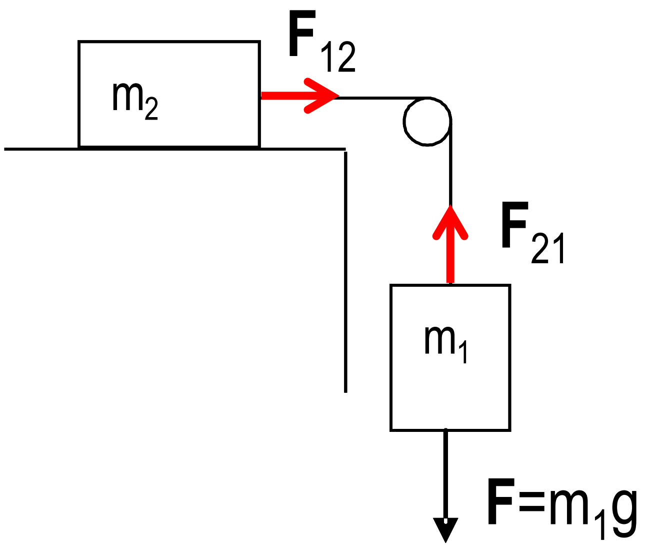
Siły akcji i reakcji (III z.d) działają zawsze na różne obiekty.
Parami sił akcja-reakcja są:
G=-G' oraz N=-N'.
Siły akcji i reakcji **nie równoważą się**
Równoważą się siły działające na to samo ciało:
G+N=0

Siły tarcia (ćwiczenia)

Układ ciał (punktów materialnych)

Siły wewnętrzne (F_{ij}) i zewnętrzne (F)

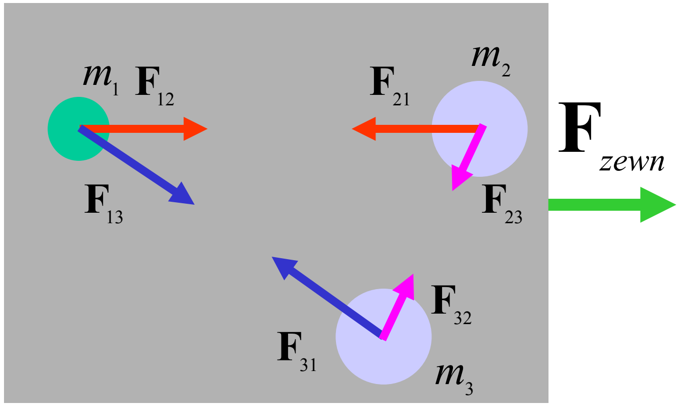




$F_{12}=F_{21}$ = naprężenie nici

Definicja:
Układ izolowany – działają tylko siły wewnętrzne

Układ ciał (punktów materialnych)



Na układ 3 ciał działają tylko siły wewnętrzne (pomiędzy tymi ciałami)
UKŁAD IZOLOWANY

$$\mathbf{P} = \sum \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{d\left(\sum \mathbf{p}_i\right)}{dt} = \frac{d\mathbf{p}_1}{dt} + \frac{d\mathbf{p}_2}{dt} + \frac{d\mathbf{p}_3}{dt} = ?$$

II zasada $\mathbf{F}_{wyp} = \dfrac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}t}$

$$\mathbf{F}_{ij} = -\mathbf{F}_{ji}$$

Dla masy m_1: $\dfrac{d\mathbf{p}_1}{dt} = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13}$

Dla masy m_2: $\dfrac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{23}$

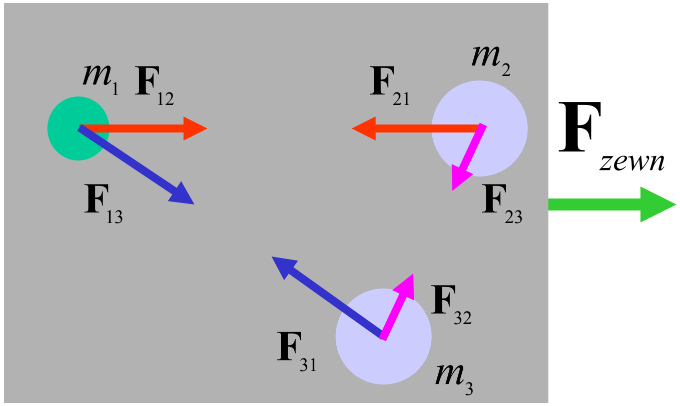
Dla masy m_3: $\dfrac{d\mathbf{p}_3}{dt} = \mathbf{F}_{31} + \mathbf{F}_{32}$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \sum_1^3 \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = \underbrace{(\mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{21})}_{0} + \underbrace{(\mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{31})}_{0} + \underbrace{(\mathbf{F}_{23} + \mathbf{F}_{32})}_{0} = 0$$

Pęd układu izolowanego pozostaje stały,
tylko siły zewnętrzne są w stanie zmienić pęd układu

ZASADA ZACHOWANIA PĘDU

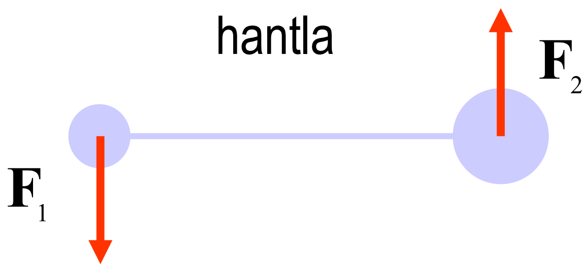
II zasada dynamiki dla układu punktów materialnych



$$\mathbf{P} = \sum \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3$$

$$\boxed{\mathbf{F}_{zewn} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{P}}{\mathrm{d}t}}$$

Moment pędu



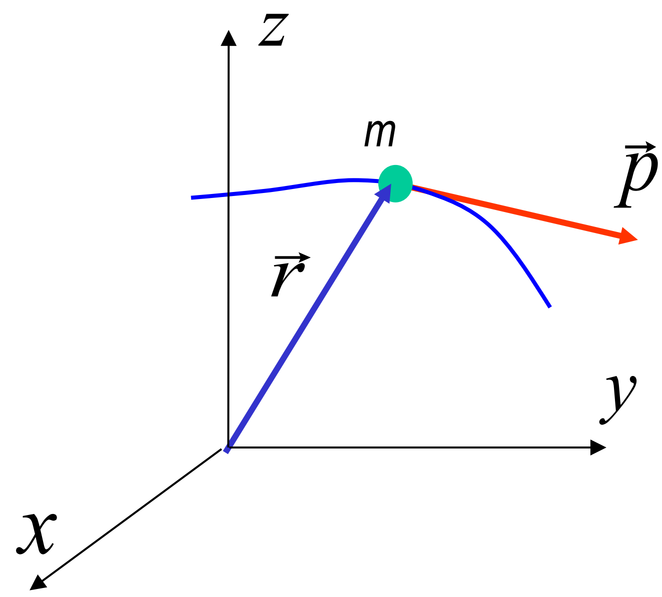
$$\mathbf{F}_{wyp} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = 0$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0 \quad \text{gdy} \quad \mathbf{F}_{wyp} = 0.$$

Wypadkowa siła zewnętrzna jest równa zero, ale doświadczenie uczy, że hantla mimo to może zostać wyprowadzona ze stanu spoczynku (obrót)

Miarą „ilości” ruchu obrotowego jest nie pęd ale **moment pędu**

$$\boxed{\vec{L} \equiv \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m\vec{v})}$$

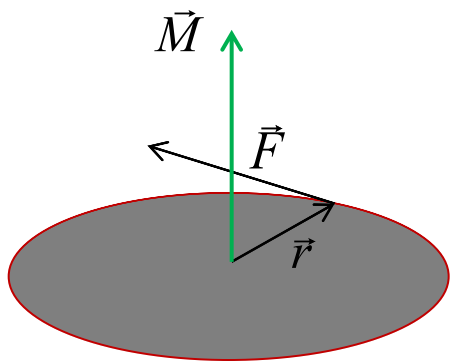


Jak zmienia się moment pędu w czasie?

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \underbrace{\vec{v} \times \vec{p}}_{0} + \underbrace{\vec{r} \times \vec{F}}_{\vec{M}}$$

Moment siły

$$\vec{M} \equiv \vec{r} \times \vec{F}$$



$$\left|\vec{M}\right| = \left|\vec{r}\right| \cdot \left|\vec{F}\right| \sin\alpha$$

II zasada dynamiki

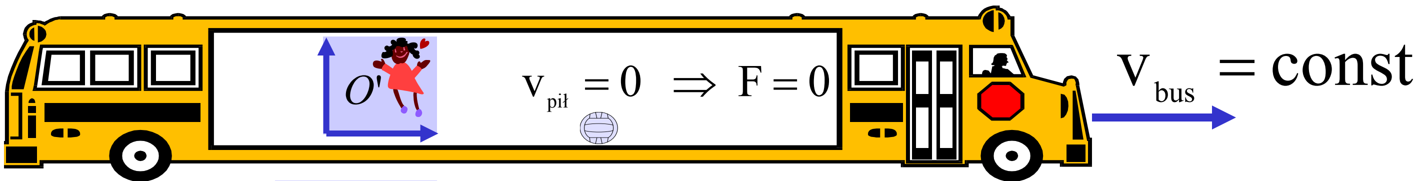
$$\sum \mathbf{M} = \mathbf{M}_{wyp} = \frac{d\,\mathbf{L}_{tot}}{d\,t}$$

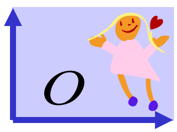
Zasada zachowania momentu pędu

$$\mathbf{M}_{wyp} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\,\mathbf{L}_{tot}}{d\,t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{L}_{tot} = const.$$

Aby ciało było w równowadze, suma sił zewnętrznych i momentów sił zewnętrznych musi być równa zero

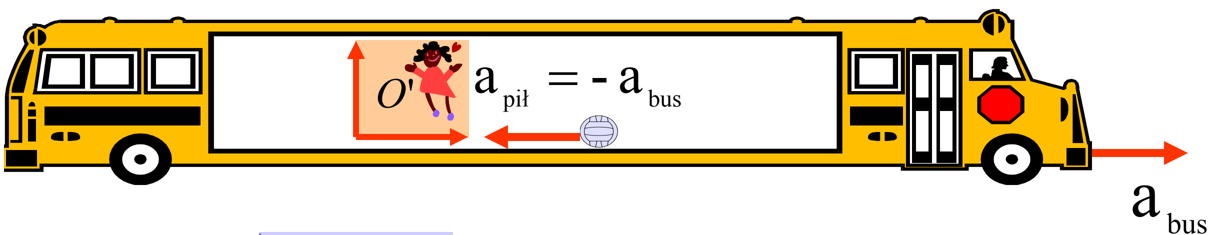
Inercjalny układ odniesienia -
- taki, w którym są spełnione zasady dynamiki Newtona -
w szczególności pierwsza

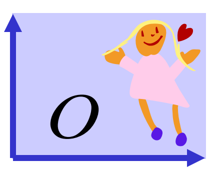




$v_{kul} = v_{bus} = const. \Rightarrow F = 0$

Jeśli układ odniesienia (laboratoryjny) jest inercjalny to każdy układ poruszający się względem niego z v_0=const. jest inercjalny





Układ związany z autobusem jest nieinercjalny -
- występują w nim siły pozorne (bezwładności)

W układzie nieinercjalnym poruszającym się z przyspieszeniem $\mathbf{a}_0$ należy uwzględnić **siły bezwładności**

$$\mathbf{F}' = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{bezwł}, \quad \mathbf{F}_{bezwł} = -m\mathbf{a}_0$$

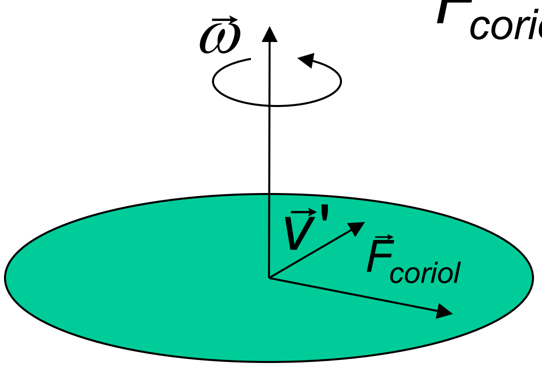
Przykłady sił bezwładności (układów nieinercjalnych)

Ruch postępowy - winda, samolot

Ruch obrotowy:

- siła odśrodkowa (Ziemia nie jest układem inercjalnym!)
- siła Coriolisa

$$\vec{F}_{coriol} = 2m\vec{v}'\times\vec{\omega}$$



Wahadło Foucaulta

Znaczenie w kształtowaniu pogody

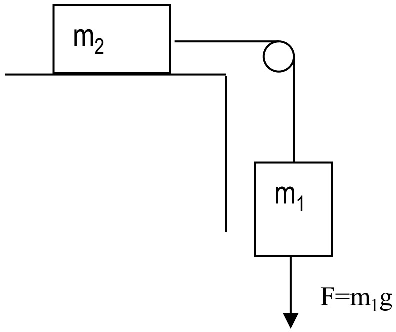
- pasaty
- tajfunu

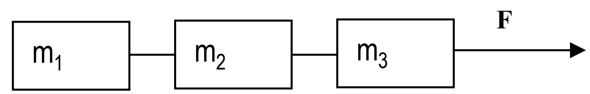
Rzeki syberyjskie

Zadanie:
Obliczyć przyspieszenie Coriolisa z rozważań kinematycznych

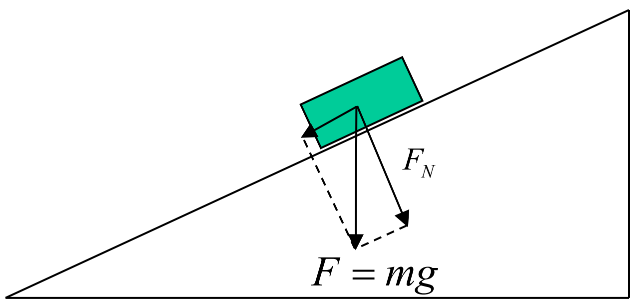
Zadania

Znaleźć naprężenia nici i przyspieszenia





Ruch po równi pochyłej z tarciem i bez



$$F_S = \mu_s F_N \qquad F_k = \mu_k F_N$$