

## Praca, Energia

Jaki jest skutek działania sił?

Przemieszczenie ciała

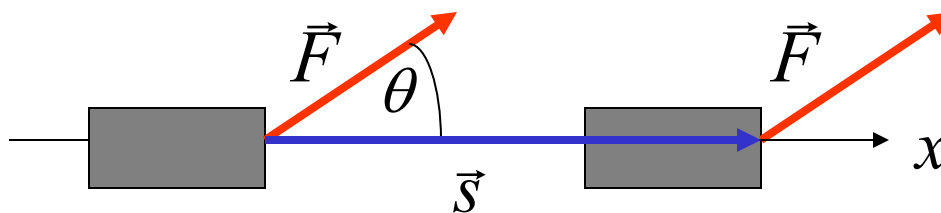
Przyrost (zmiana) prędkości

Wydłużenie sprężyny

(Wydzielenie się ciepła)

## Praca

Jeśli działa stała siła

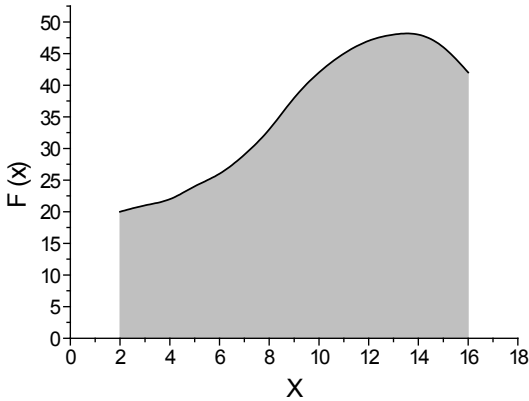
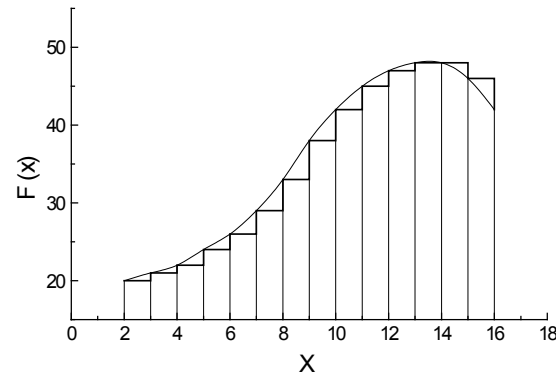


$$W \equiv \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| |\vec{s}| \cos \theta$$

$$[N \cdot m] = \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right] = 1\text{J}$$

Jeśli działa zmienna siła  
(równoległa do przemieszczenia)

$$\Delta W_i = F_i \Delta x_i \quad W = \sum_{i=1}^n F_i \Delta x_i$$

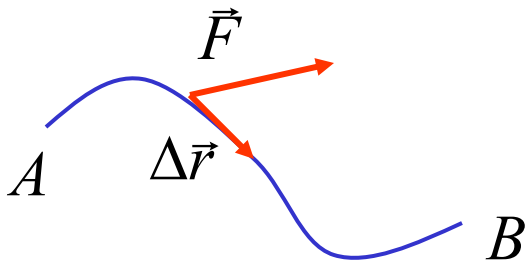


$$W = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_i F_i \Delta x_i = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$

Ogólnie

Praca elementarna

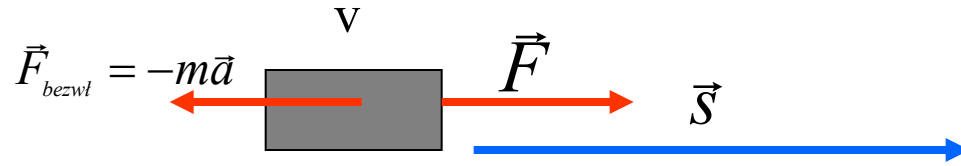
$$\Delta W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$



$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

# Przykłady

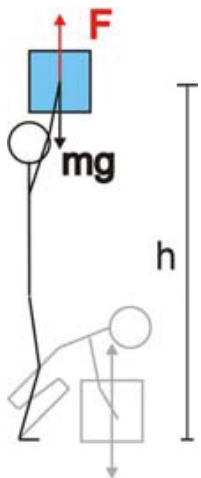
## Praca siły rozpędzania (przeciwko sile bezwładności)



$$W_{zewn} = -F_{bezwł} \cdot s = ma \cdot s = \dots$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad a = \frac{v_k - v_0}{t}$$

$$W_{zewn} = \frac{1}{2} m v_k^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$



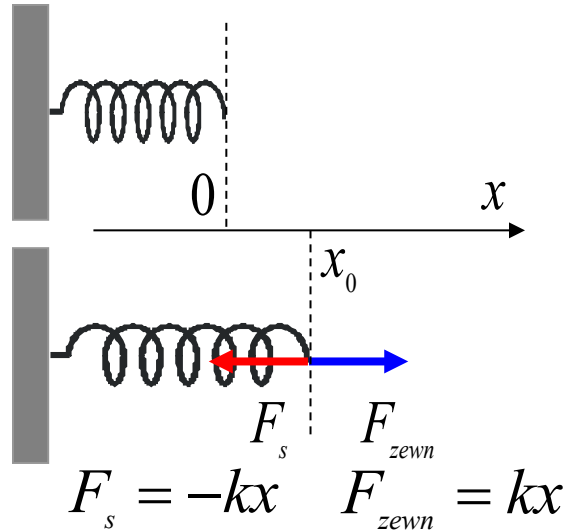
## Praca przeciwko sile ciężkości

$$W = mgh$$

Praca siły prostopadłej = 0

# Przykłady

## Praca przeciw sile sprężystości



$$W_{zewn} = \int_0^x (-F_s) dx = \int_0^x (kx) dx = \frac{kx^2}{2} \Big|_0^{x_0} = \frac{1}{2} kx_0^2$$

Moc

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$\left[ \frac{\text{J}}{\text{s}} \right] = 1 \text{ W}$$

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

# Energia

Rozpędzone ciało może wykonać pracę dzięki posiadanej przez niego **energii kinetycznej  $E_k$**

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

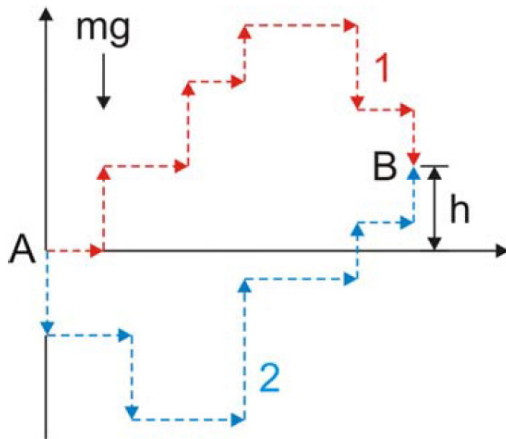
Ściśnięta sprężyna może wykonać pracę dzięki posiadanej przez nią **energii potencjalnej  $U$**  (sprężystości)

$$U = \frac{1}{2}kx_0^2$$

Praca może być też wykonana kosztem **energii wewnętrznej** (termicznej), chemicznej, jądrowej

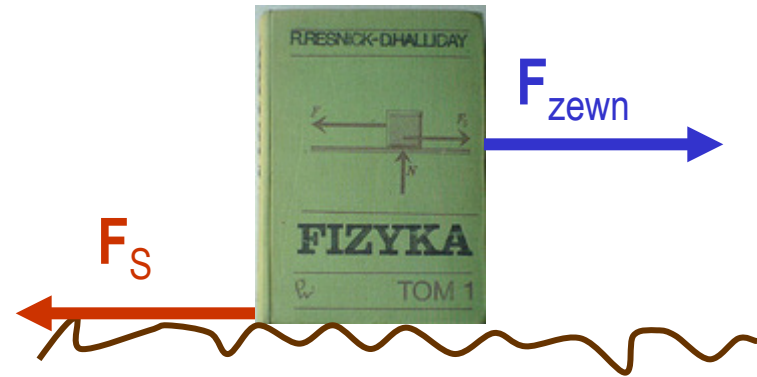
# Siły zachowawcze i niezachowawcze

Siła grawitacji

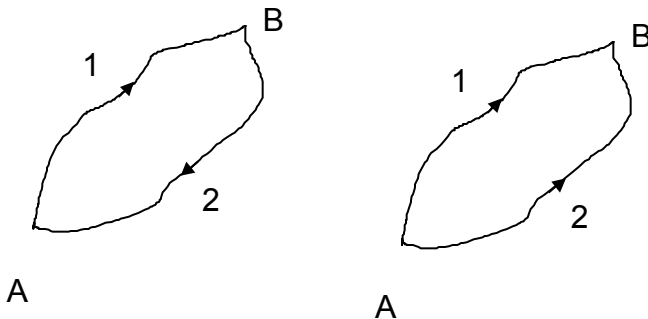


Siła tarcia

$$F_S = \mu F_N$$



Siły zachowawcze to takie, dla których praca nie zależy od drogi, czyli praca po drodze zamkniętej jest równa zero



$$W_{AB,1} + W_{BA,2} = 0$$

$$W_{AB,1} = -W_{BA,2}$$

$$W_{AB,1} = W_{AB,2}$$

## Zasada zachowania energii

W układzie izolowanym, w którym występują tylko siły zachowawcze, suma energii kinetycznej i potencjalnej jest stała

$$\Delta E_K + \Delta U = 0$$

$$U + E_K = \textit{const.}$$

ogólniej

Energię układu można zmienić wykonując nad nim pracę

$$W_{\text{zewn}} = \Delta E_K + \Delta U$$

Siły zachowawcze

$$W_{\text{zewn}} = \Delta E_K + \Delta U + \Delta U_{\text{wewn}}$$

Siły niezachowawcze