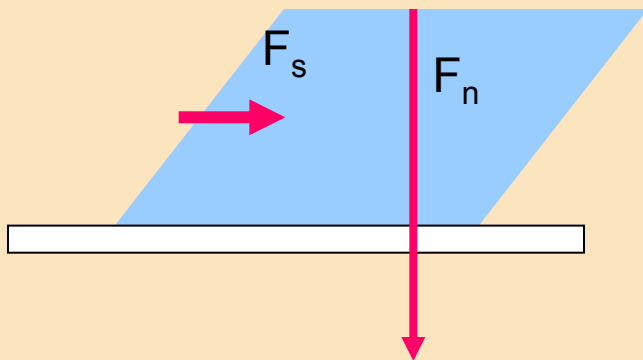


# STATYKA I DYNAMIKA PŁYNÓW (CIECZE I GAZY)

Ciecz idealna: brak sprężystości postaci (czyli brak naprężeń ścinających)  
Ciecz rzeczywista małe naprężenia ścinające - lepkość



Nawet najmniejsza siła  $F_s$  spowoduje płynięcie cieczy

# CIŚNIENIE

Ciśnienie  $p$  to wartość siły prostopadłej do powierzchni na którą ta siła działa podzielona przez pole tej powierzchni:

$$p = \frac{F}{A}$$

ciśnienie jest skalarem

Jednostki:  $1\text{Pa} = 1\text{N}/1\text{m}^2$ ,  $1\text{hPa} = 100\text{Pa}$

# PRAWO PASCALA

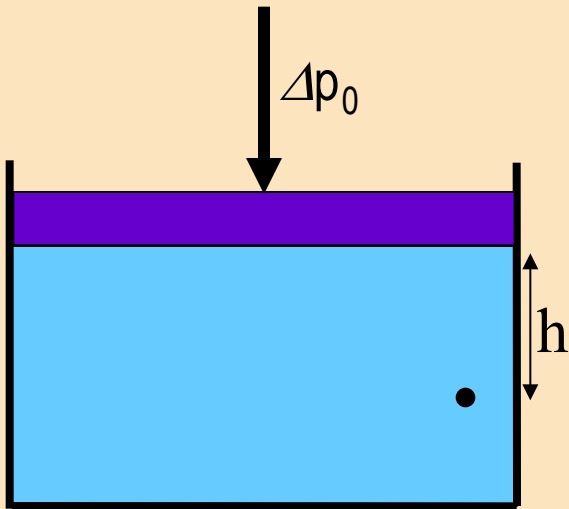


Blaise Pascal, 1623-62

Ciecz w spoczynku



na dowolną powierzchnię działa  
tylko siła do niej prostopadła



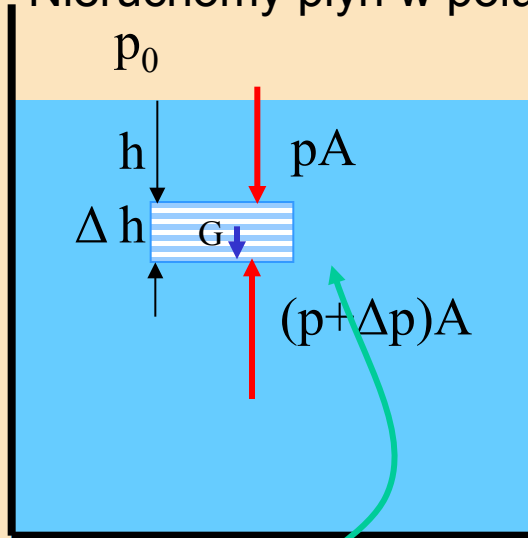
Ciśnienie wywierane na zamknięty płyn jest przekazywane (bez zmiany) na każdą część płynu, oraz na ścianki naczynia

ZASTOSOWANIE

prasa hydrauliczna, hamulce hydrauliczne

# HYDROSTATYKA: OD CZEGO ZALEŻY CIŚNIENIE

Nieruchomy płyn w polu grawitacyjnym w równowadze :



wypadkowa siła działająca na część ciecży o masie  $dm$  jest równa zero

$$(p + \Delta p)A = p \cdot A + G$$

$$(p + \Delta p)A = pA + g \cdot \rho \cdot \Delta h \cdot A$$

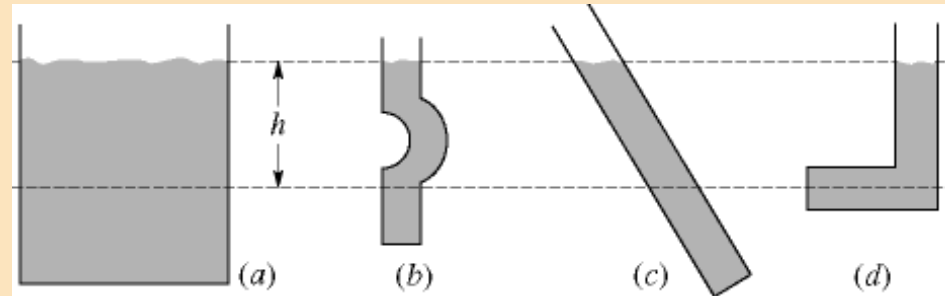
$$\frac{\Delta p}{\Delta h} = \rho g$$

$$p(h) = \rho g h + C$$

$$dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot dh \cdot A$$

Gdy gęstość płynu nie zależy od wysokości, to:

$$p(h) = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$



Ciśnienie jest jednakowe we wszystkich punktach na tej samej głębokości



# PRAWO PASCALA

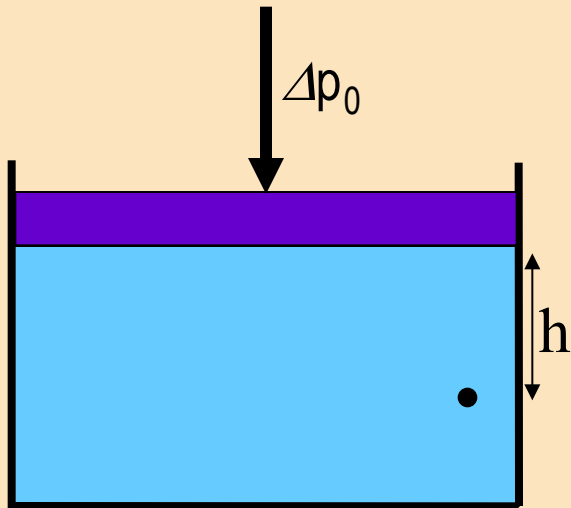


Blaise Pascal, 1623-62

Ciecz w spoczynku



na dowolną powierzchnię działa  
tylko siła do niej prostopadła



$$p(h) = p_0 + \rho gh$$

$$p(h) = p_0 + \rho gh + \Delta p_0$$

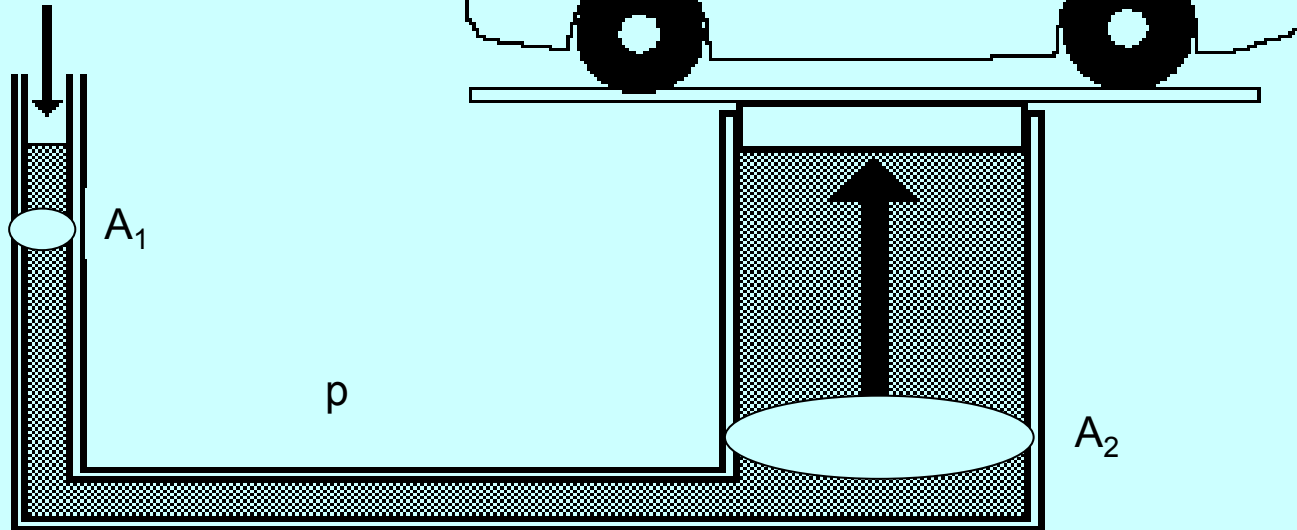
Ciśnienie wywierane na zamknięty płyn jest przekazywane (bez zmiany) na każdą część płynu, oraz na ścianki naczynia

ZASTOSOWANIE

prasa hydrauliczna, hamulce hydrauliczne

## Prasa hydrauliczna

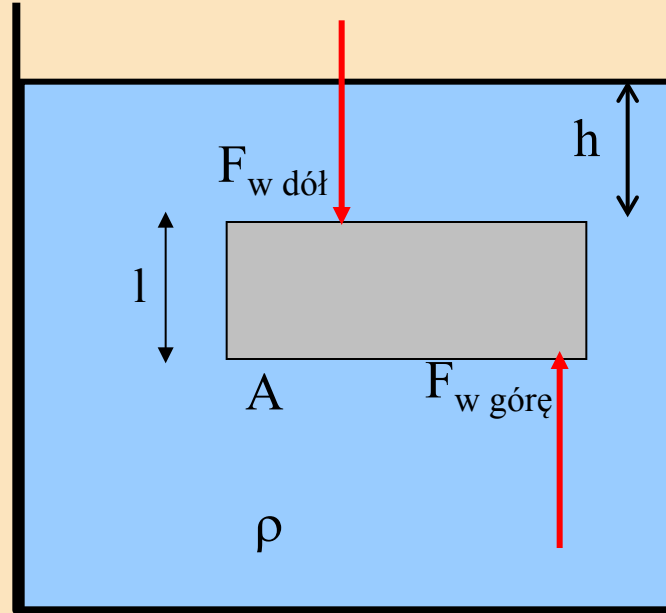
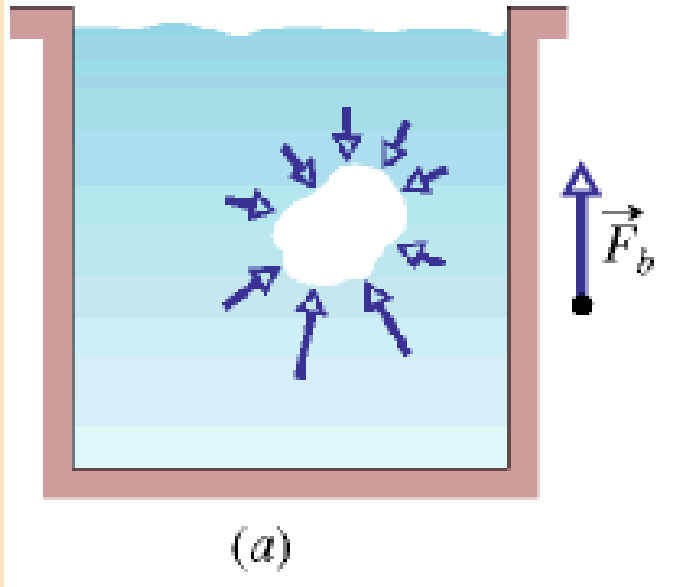
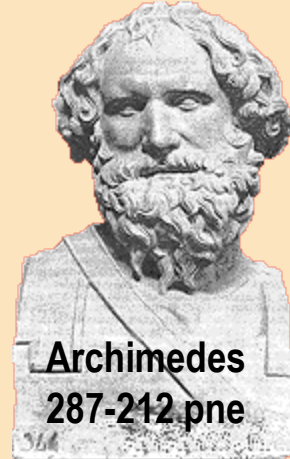
ciśnienie wywierane na ciecz  
w małym cylindrze (zwykle  
powietrzny kompresorem)



ciśnienie jest takie samo czyli:

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_2 = A_2 \cdot \frac{F_1}{A_1}$$

# PRAWO ARCHIMEDESA

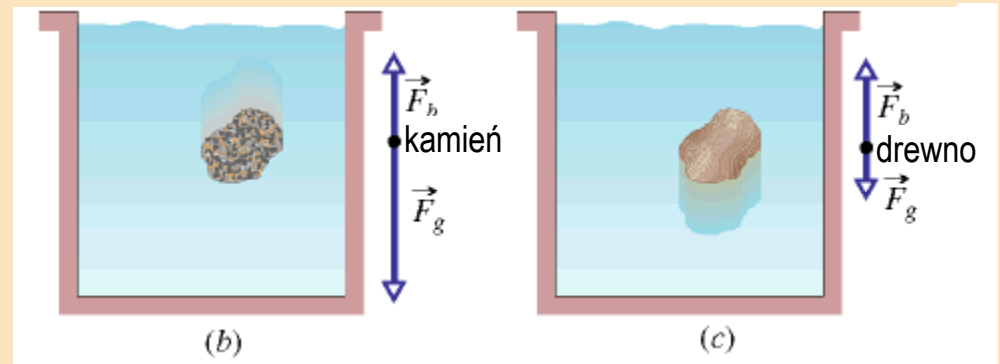


$$F_{w \text{ górę}} = \rho g(h+l)A,$$

$$F_{w \text{ dół}} = -\rho g h A.$$

Siła wyporu

$$F = F_{w \text{ górę}} + F_{w \text{ dół}} = \rho g(h+l)A - \rho g h A = \rho g l A = m_{\text{cieczy}} g$$



Prawo Archimedesesa: Na każde ciało zanurzone w cieczy działa siła skierowana do góry, równa ciężarowi wypartej cieczy



# HYDRODYNAMIKA (AERODYNAMIKA)

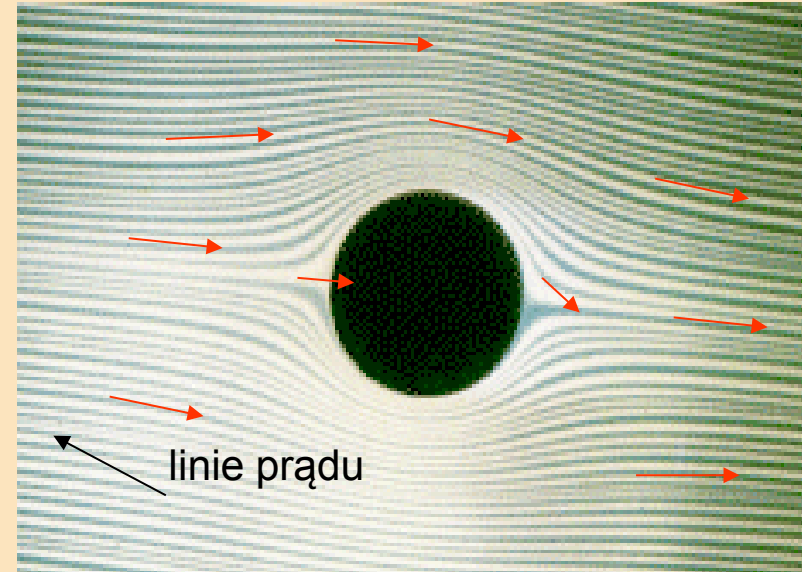
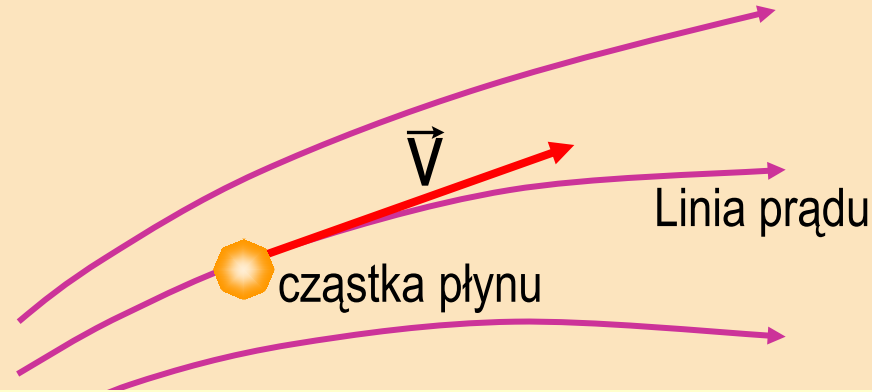
## Płyn w ruchu

Przepływ:

- ustalony ( $\mathbf{V}$  nie zależy od czasu)
- bezwirowy (płyn wokół żadnego punktu nie ma prędkości kątowej)
- nieściśliwy ( $\rho$  jest stałe niezależnie od położenia)
- nie lepki (brak siły tarcia między cząsteczkami cieczy)



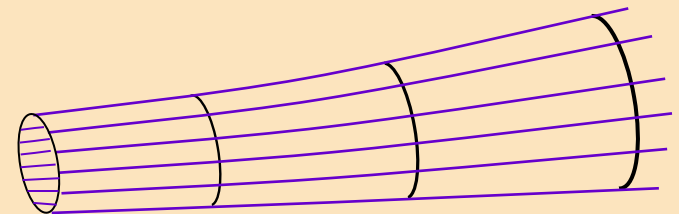
# LINIE PRĄDU



Przepływ ustalony  $\Rightarrow$  każda cząstka która wejdzie do P będzie miała w tym punkcie taką samą prędkość. Wszystkie punkty do których dojdzie ta cząstka tworzą linię prądu.

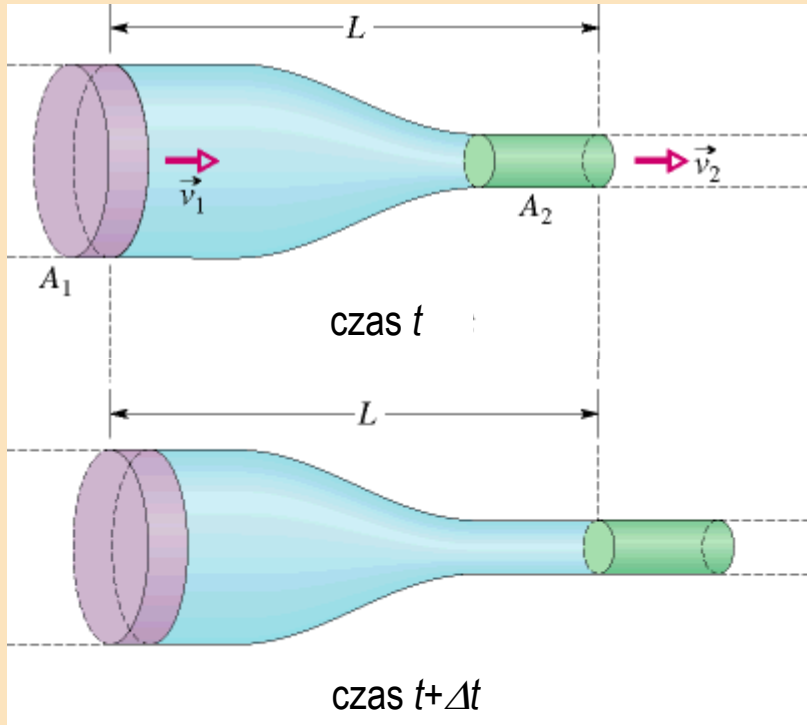
Linie prądu nie mogą się przecinać; gdyby się przecinały, to w tym samym punkcie przestrzeni byłyby cząstki o różnych prędkościach, a ponieważ prędkość nie zależy od czasu, więc tak nie może być.

Zbiór linii prądu nazywamy strugą. Ponieważ strugę tworzymy tak, że jej granice tworzone są przez linie prądu, więc płyn nie może przepływać przez brzegi strugi.





# RÓWNANIE CIĄGŁOŚCI



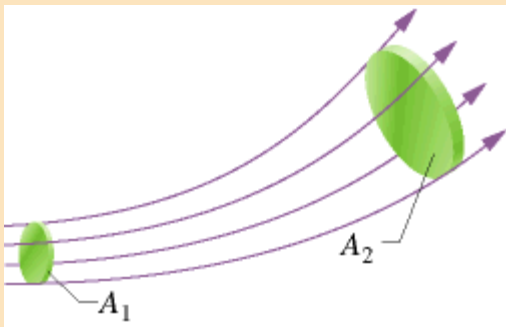
$$\Delta m_1 = \rho_1 v_1 \Delta t A_1$$

$$\Delta m_2 = \rho_2 v_2 \Delta t A_2$$

Struga się nie rozdziela, zatem masa przepływająca przez  $A_1$  i  $A_2$  musi być taka sama:

$$\Delta m_1 = \Delta m_2, \text{ więc: } \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

$$\rho \cdot V \cdot A = \text{const.}$$

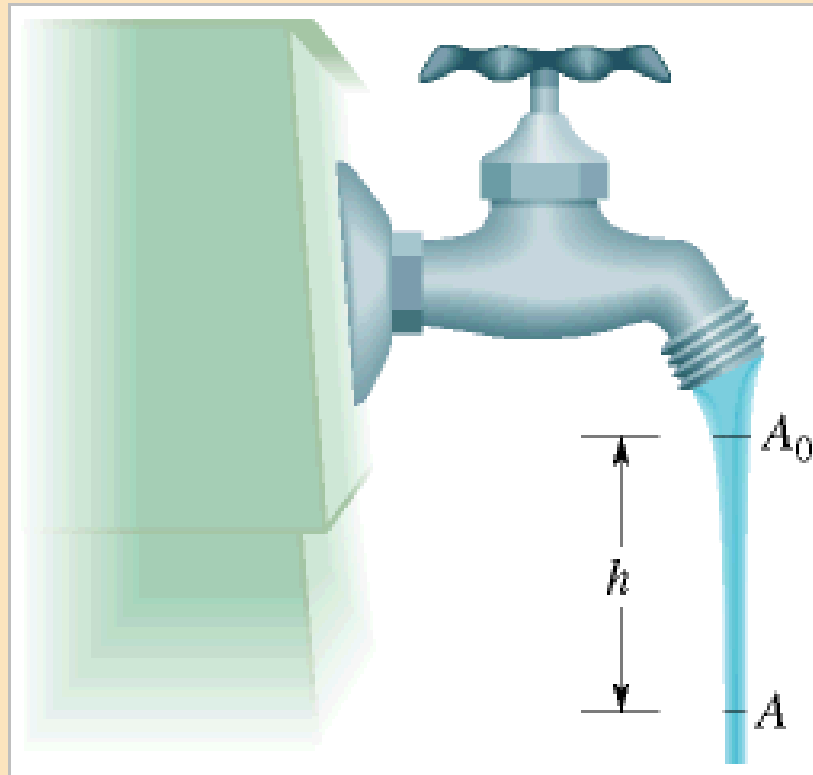


Jest to prawo zachowania masy w dynamice płynów.

Jeżeli  $\rho = \text{const}$ , to  $V \cdot A = \text{const}$ .

W rurze o małym przekroju prędkość płynu wzrasta.

Stosuje się też do strugi



Znaleźć  $A$  w funkcji  $h$



# PRAWO BERNOULLIEGO

Doświadczenie:

Tam gdzie przepływ jest wolniejszy, ciśnienie jest większe

$$W_{zewn} = \Delta E = \Delta E_K + \Delta E_P$$

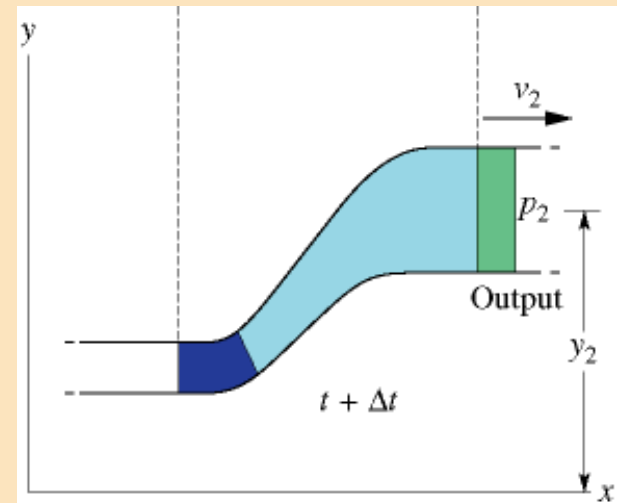
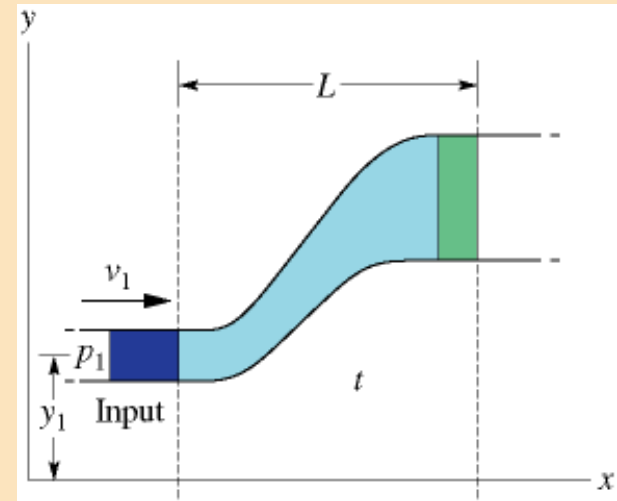
$$W_{zewn} = p_1 A_1 \Delta l_1 - p_2 A_2 \Delta l_2 = (p_1 - p_2) \cdot V$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$\Delta E = \left( \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \right) + (mgy_2 - mgy_1)$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = const$$



# PRAWO BERNOULLIEGO

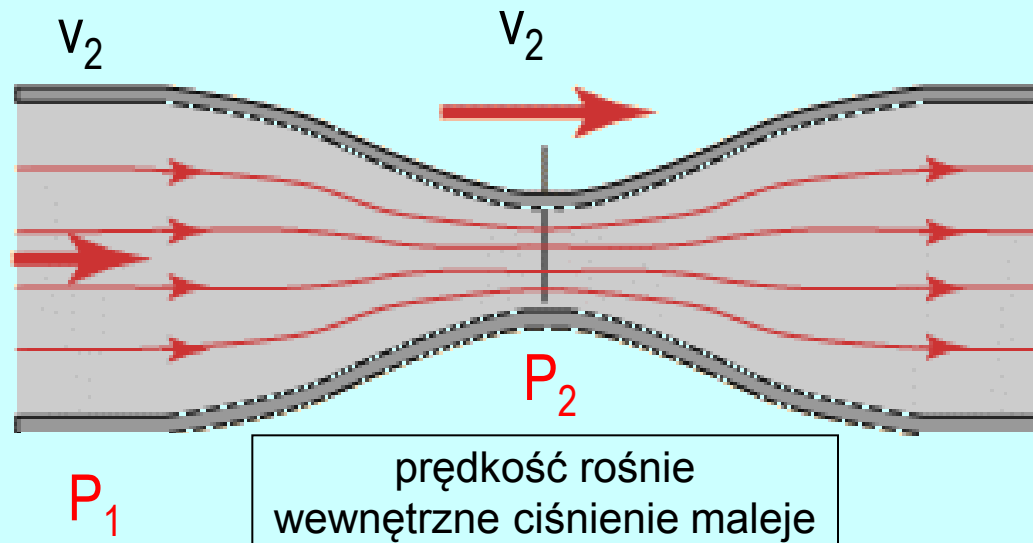
gęstość energii jest stała

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

energia  
związana z  
ciśnieniem

energia  
kinetyczna

energia  
potencjalna



$$A_2 < A_1$$

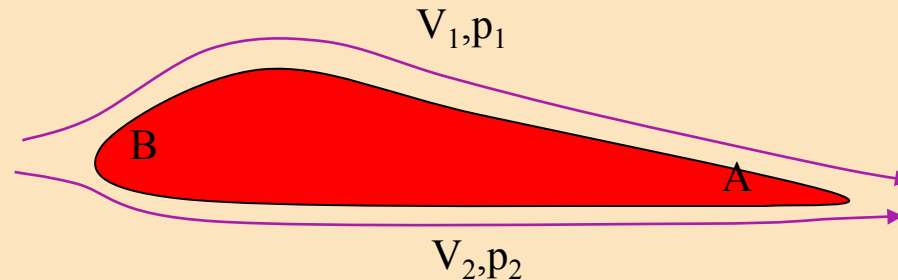
$$v_2 > v_1$$

$$P_2 < P_1$$

Tam gdzie przekrój jest mniejszy energia zużyta jest na przyśpieszenie cieczy, a zatem mniej energii zostaje na wywieranie ciśnienia  $\Rightarrow$  ciśnienie spada.

# DYNAMICZNA SIŁA NOŚNA

## Profil skrzydła samolotu



Niesymetryczny profil skrzydła wymusza różne drogi dla powietrza. Drogi od A do B są różne obu stronach zatem i prędkości są różne:  $V_1 > V_2$ . Stąd:  $p_1 < p_2$  i pojawia się siła nośna skierowana pionowo do góry.

$$\frac{L}{V} = \frac{L + \Delta L}{V_1} \Rightarrow V_1 = \frac{(L + \Delta L)V}{L}$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho V^2$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(V_1^2 - V^2)$$

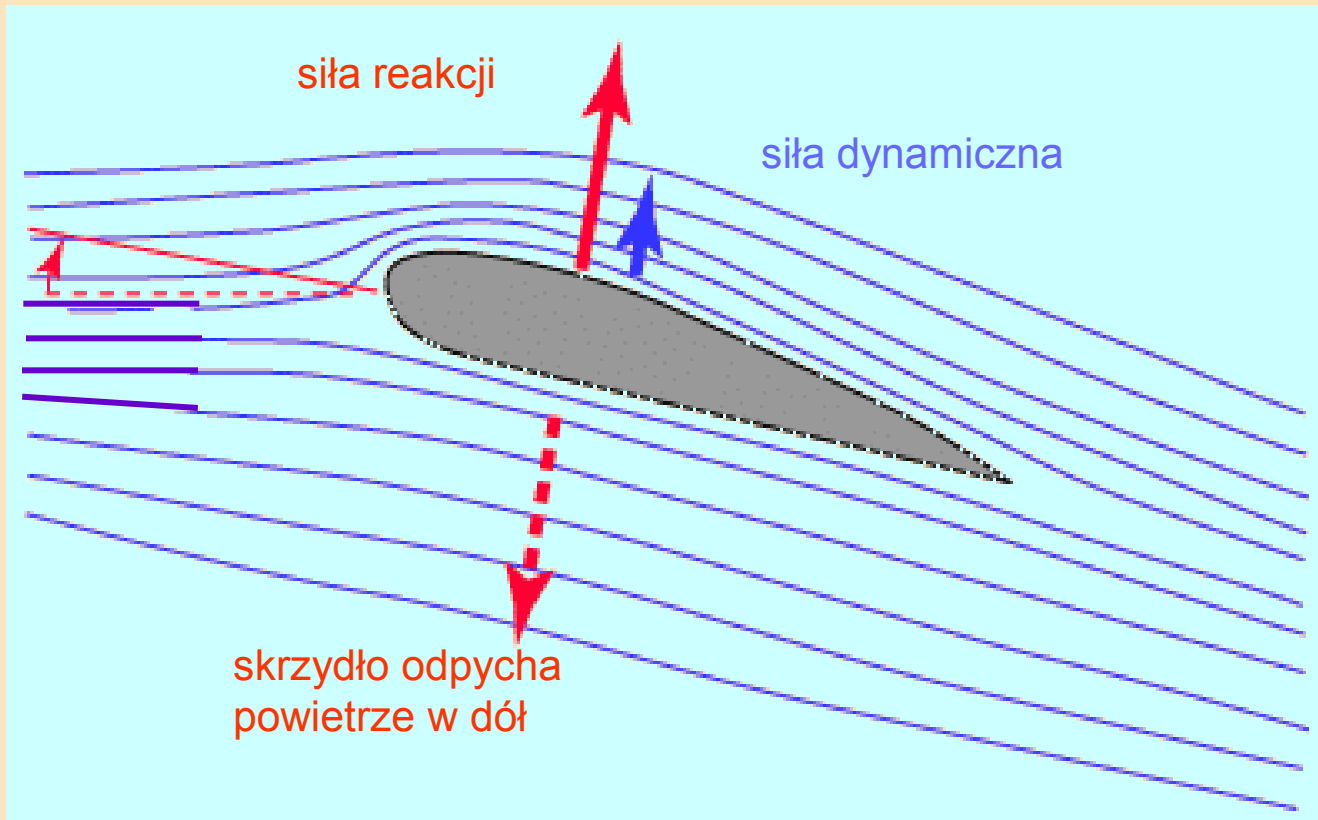
Dla typowego samolotu komunikacyjnego:

$\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ ,  $L = 2 \text{ m}$ ,  $\Delta L = 0.2 \text{ m}$ ,  $D = 10 \text{ m}$ ,  $V = 1000 \text{ km/h}$

Wtedy  $F = 4 \cdot 10^5 \text{ N}$ , co umożliwia uniesienie masy 40 ton.



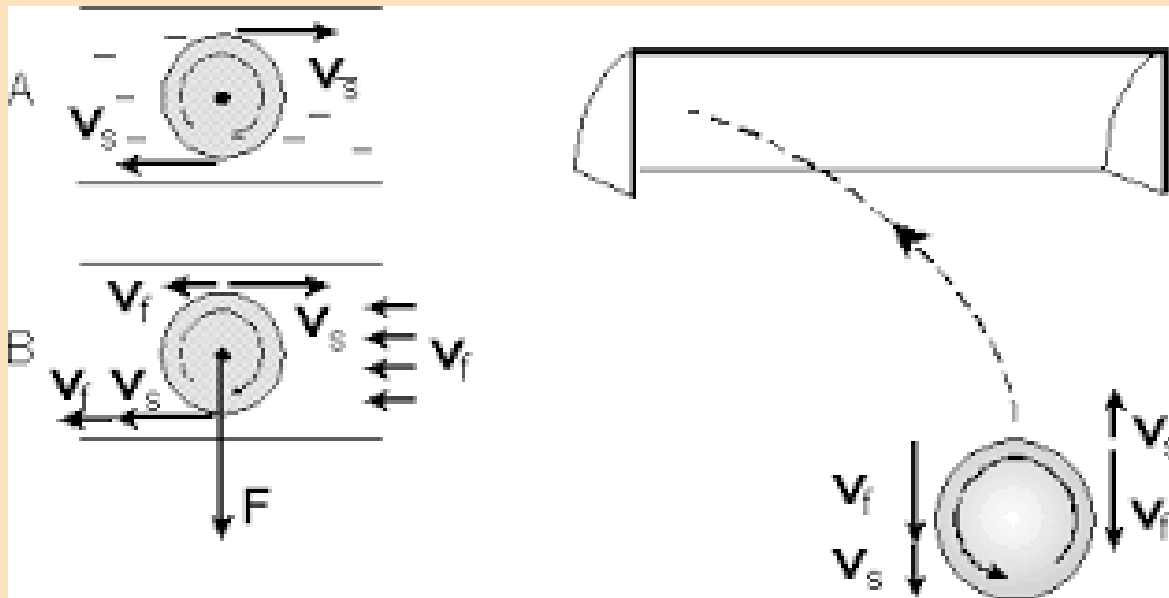
# PRAWO BERNOULIEGO: DYNAMICZNA SIŁA NOŚNA



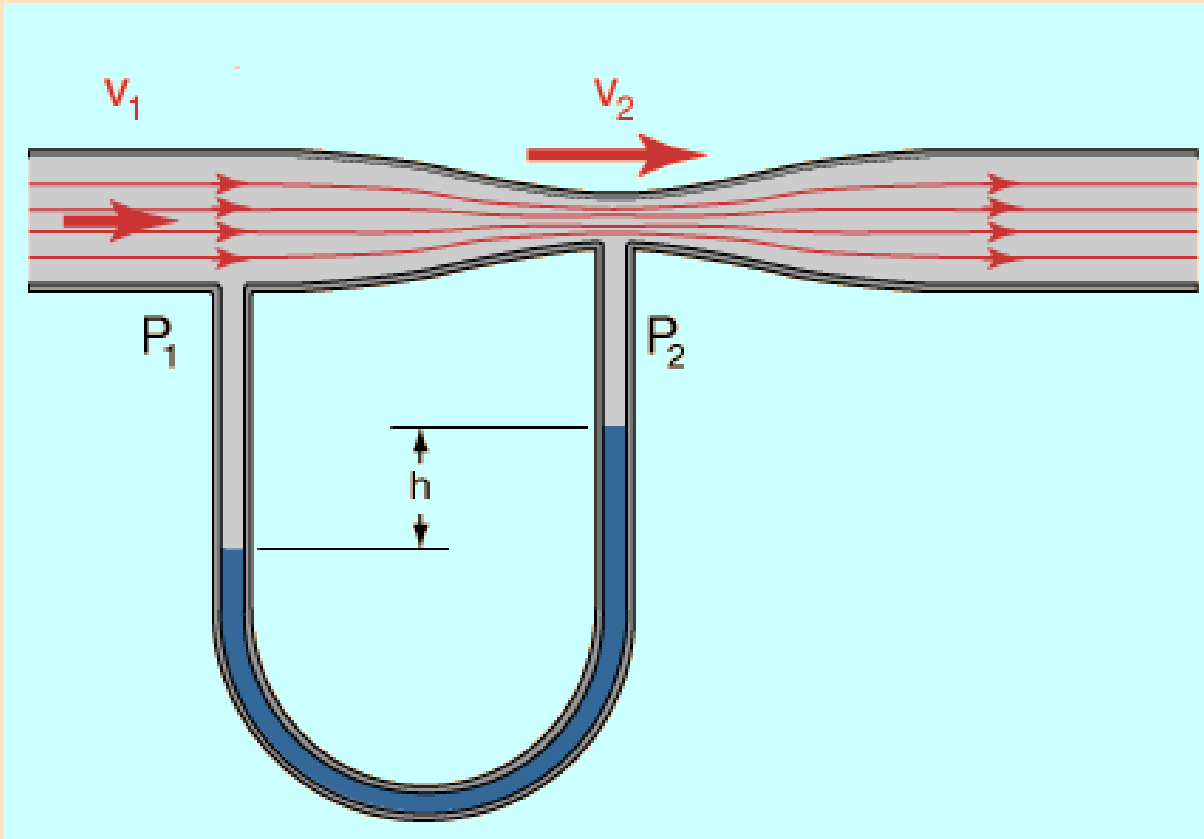
Głównym źródłem siły nośnej skrzydła jest 3 zasada dynamiki: skrzydło odpycha powietrze w dół, na co reakcją ze strony powietrza jest siła nośna w górę

Siła dynamiczna daje pewien przyczynek, nie jest to jednak podstawowe źródło siły nośnej

# Efekt Magnusa



# PRAWO BERNOULIEGO: RURKA VENTURIEGO



Używana do pomiaru prędkości przepływu

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2$$

$$A_1 V_1 \Delta t = A_2 V_2 \Delta t \Rightarrow V_2 = \frac{A_1 V_1}{A_2}$$



$$V_1 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left( \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right)}}$$

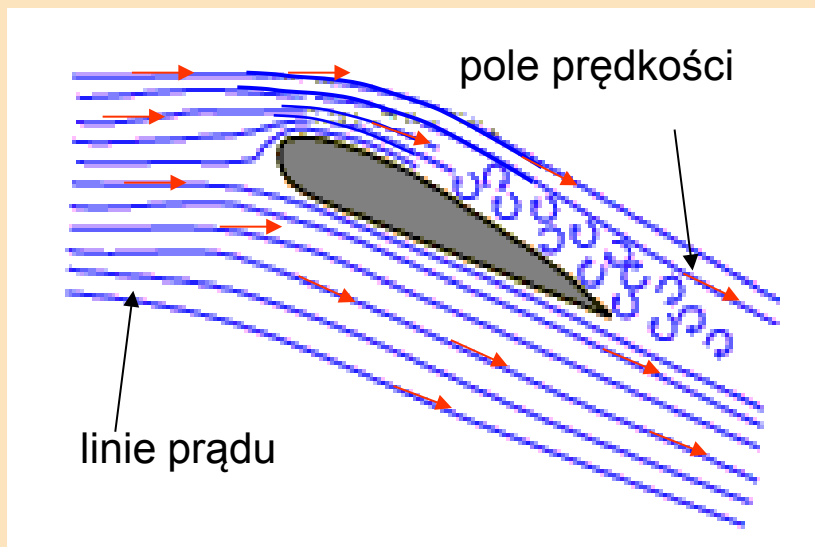
# CIECZE RZECZYWISTE



Dynamika przepływu rzeczywistych płynów:

- nieustalony** ( $v$  zależy od czasu)
- wirowy** (płyn ma prędkość kątową wokół wielu punktów)
- lepki** (występują siły tarcia między cząsteczkami cieczy)

tuż przy papierosie przepływ dymu jest gładki (**laminarny**),  
wyżej smużka dymu marszczy się i rozprasza (**turbulencje**).



Równanie ruchu cieczy



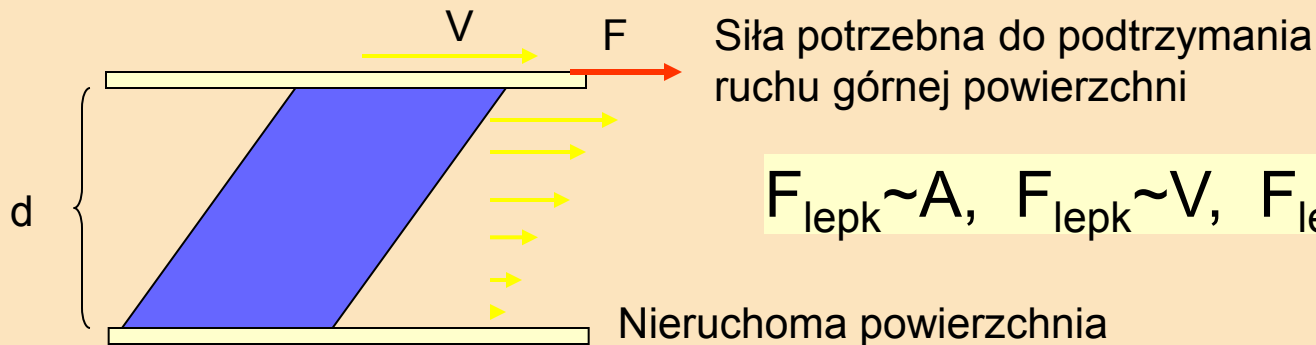
$\mathbf{v}(\mathbf{r},t), p(\mathbf{r},t)$

Najtrudniejszy problem mechaniki

# LEPKOŚĆ: WSPÓŁCZYNNIK LEPKOŚCI

Własności cieczy lepkiej:

- występują siły ścinające
- prędkość cieczy przy powierzchni=0



$$F_{\text{lepk}} \sim A, F_{\text{lepk}} \sim V, F_{\text{lepk}} \sim 1/d$$

$$\frac{F_{\text{lepk}}}{A} = \eta \frac{V}{d}$$

ciecz	T(°C)	wsp. lepkości $\eta$ (Ns/m <sup>2</sup> )
woda	20	$1.0 \cdot 10^{-3}$
woda	100	$0.3 \cdot 10^{-3}$
krew	37	$2.7 \cdot 10^{-3}$
Gliceryna	20	$830 \cdot 10^{-3}$
olej silnikowy	30	$250 \cdot 10^{-3}$